



UNIVERSIDAD DE CUENCA

FACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

MAESTRÍA EN DOCENCIA DE LAS MATEMÁTICAS

**“EL TRABAJO GRUPAL COMO TÉCNICA EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE LAS
MATEMÁTICAS, EN LOS COLEGIOS FISCALES MIXTOS DE LA CIUDAD DE CUENCA EN LAS
SECCIONES DIURNAS Y VESPERTINAS”**

**Trabajo de Investigación previo a la
obtención del Título de Magíster en
Docencia de las Matemáticas.**

Autora:

Sonia Janneth Guznay Padilla

Director:

Dr. José Ignacio Merino

Cuenca- Ecuador

2014



RESUMEN

En la presente investigación se hace primeramente una investigación bibliográfica que sustenta el trabajo grupal, en donde se puede encontrar el concepto de grupo, los roles que deben asumir tanto el maestro como los alumnos, los componentes que debe tener grupo para formar una comunidad de aprendizaje, los tipos de grupos que se puede formar, los procedimientos para establecer los grupos, así como la manera de ubicarlos en el aula. Se incluye también algunas dinámicas que podrán ser aplicadas antes de iniciar las actividades, con estas se pretende que los estudiantes comprendan la importancia del trabajo en equipo. Así mismo se puede encontrar cada una de las técnicas encaminadas a conseguir los aprendizajes, por último consta la evaluación, para la cual se presenta una serie de matrices.

A continuación se realiza un estudio sobre cómo se lleva a cabo el trabajo grupal en los colegios fiscales mixtos de la ciudad de Cuenca en las secciones diurnas y vespertinas, con el mismo se pretende determinar si los procedimientos y técnicas utilizados están enmarcados dentro de la teoría establecida para el trabajo grupal, para ello se realizaron encuestas a una muestra tanto de estudiantes como de maestros.

Por último en el tercer capítulo se presenta una propuesta acorde a lo establecido dentro de la teoría de grupos, en la que se indican cada uno de los pasos a seguir para enseñar los contenidos de Estadística y Probabilidad en el Primero de Bachillerato General Unificado.



ABSTRACT

The findings of our paper began with a search on the definition of the word "group". We proceeded to determine, the roles of the teacher and students, the features that make up a learning community, the types of learning groups which could be created, the process of establishing groups and how to place them within the classroom.

We have included several warm-up activities to make the students understand how important team work is, information on learning techniques and approaches and finally a number of evaluation formats.

The paper later illustrates how "team work" is applied at morning and afternoon mixed public schools of Cuenca, asking teachers and students on the types of groups used and monitoring if they followed the guidelines of what "group work" really stands for.

As we end our task we finally propose an option which embraces the parameters of "group work", detailing the steps to teach the contents of Statistics and Probability in the First General Unified High School presented.



Tabla de contenido

Resumen.....	2
Abstract.....	3
Introducción	10
CAPÍTULO I. MARCO TEÓRICO CONCEPTUAL	13
Concepto de grupo.....	13
Tipos de grupos de aprendizaje	20
Roles de los estudiantes	21
Integración de los grupos	25
Formación de los grupos	26
Distribución aleatoria	28
Distribución estratificada.....	31
Organización del aula	34
Preparación de los estudiantes para el trabajo grupal	38
Dinámicas de grupo	39
Técnicas para el trabajo grupal	48
El rompecabezas (jigsaw).....	49
Torneos de equipos de aprendizaje (TGT)	52
Divisiones de rendimiento por equipo (STAD).....	55
Aprendizaje individual asistido por equipo (TAI)	56
Investigación en grupo.....	59
Co-op Co-op	61
Aprendiendo juntos.....	62
Tormenta o lluvia de ideas.....	63
Philips 6 6	65
Trabajo entre pares	66
Resolución de problemas	73
Modelación matemática	77
Evaluación del trabajo grupal.....	84



CAPÍTULO II. DESARROLLO Y RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN	96
Tipo y diseño de la investigación	96
Métodos, técnicas e instrumentos de investigación	97
Resultados de la investigación.....	98
Análisis final de los resultados	118
CAPÍTULO III. PROPUESTA DE TRABAJO GRUPAL	120
Tema escogido	120
Metodología	121
Formación de los grupos.....	123
Actividades para el desarrollo de la propuesta	123
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	180
BIBLIOGRAFÍA	182
ANEXOS	185

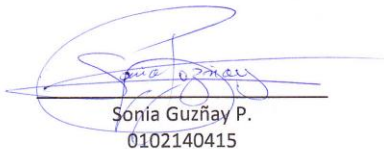


UNIVERSIDAD DE CUENCA

Fundada en 1867

Yo, Sonia Janneth Guzñay Padilla, autor de la tesis **"El trabajo grupal como técnica en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, en los colegios fiscales mixtos de la ciudad de Cuenca en las secciones diurnas y vespertinas"**, certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor/a.

Cuenca, abril 10 de 2014



Sonia Guzñay P.
0102140415

Cuenca Patrimonio Cultural de la Humanidad. Resolución de la UNESCO del 1 de diciembre de 1999

Av. 12 de Abril, Ciudadela Universitaria, Teléfono: 405 1000, Ext.: 1311, 1312, 1316
e-mail cdjbv@ucuenca.edu.ec casilla No. 1103
Cuenca - Ecuador



UNIVERSIDAD DE CUENCA
Fundada en 1867

Yo, Sonia Janneth Guzmán Padilla, autora de la tesis **"El trabajo grupal como técnica en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, en los colegios fiscales mixtos de la ciudad de Cuenca en las secciones diurnas y vespertinas"**, reconozco y acepto el derecho de la Universidad de Cuenca, en base al Art. 5 literal c) de su Reglamento de Propiedad Intelectual, de publicar este trabajo por cualquier medio conocido o por conocer, al ser este requisito para la obtención de mi título de Máster en docencia de las matemáticas. El uso que la Universidad de Cuenca hiciere de este trabajo, no implicará afección alguna de mis derechos morales o patrimoniales como autor.

Cuenca, abril 10 de 2014



Sonia Guzmán P.
0102140415

Cuenca Patrimonio Cultural de la Humanidad. Resolución de la UNESCO del 1 de diciembre de 1999

Av. 12 de Abril, Ciudadela Universitaria, Teléfono: 405 1000, Ext.: 1311, 1312, 1316
e-mail cdjbv@ucuenca.edu.ec casilla No. 1103
Cuenca - Ecuador



DEDICATORIA

A mis padres, por su amor y comprensión que me han sabido brindar a lo largo de mi vida.

A mis alumnos, pues es por ellos que los profesores trabajamos.



AGRADECIMIENTOS

A la Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación, que por medio de su personal docente y administrativo, me han colaborado en la realización de este trabajo.

Al Dr. José Merino, mi tutor, por su paciencia, comprensión y conocimientos, que me han ayudado para que este trabajo salga adelante.

A mis hermanos (as) y amigos (as) quienes con sus palabras o acciones me han apoyado en todo momento.



INTRODUCCIÓN

«... Al desembarcar vio Jesús un gran gentío, sintió compasión de ellos, pues eran como ovejas sin pastor, y se puso a enseñarles muchas cosas. Como se hacía tarde, los discípulos se acercaron a decirle: –El lugar está deshabitado y ya es muy tarde. Despídelos para que vayan a los poblados y aldeas de los alrededores y se compren algo de comer. Jesús les respondió: –Denles ustedes de comer. Ellos le contestaron: – ¿Dónde vamos a ir a comprar pan por valor de doscientos denarios para darles de comer? Él les preguntó: – ¿Cuántos panes tienen? Vayan a ver. Cuando lo averiguaron, le dijeron: – Cinco panes y dos peces. Jesús mandó que se sentaran todos por grupos sobre la hierba verde, y se sentaron por grupos de cien y de cincuenta.

Él tomó entonces los cinco panes y los dos peces, levantó los ojos al cielo, pronunció la bendición, partió los panes y se los fue dando a los discípulos para que los distribuyeran. Y también repartió los dos peces entre todos.

Comieron todos hasta hartarse, y con lo que sobró del pan y del pescado llenaron doce canastas. Los que comieron los panes eran cinco mil hombres.» (Mateo 14: 34-44)

Al escuchar este pasaje de la Biblia, a parte del milagro de la multiplicación de los panes, llama la atención que Jesús haya mandado que se sentaran por grupos, formándose grupos de cien y cincuenta, y la pregunta que surge es por qué no se pidió a la gente que se ubique en filas para que puedan ir recibiendo sus alimentos, será porque Jesús, llamado el maestro, independientemente de que



sea o no hijo de Dios, sabía que para conseguir mejores resultados se debe formar grupos, es así pues que comieron todos e incluso sobro la comida. Por lo que formar grupos cooperativos es una idea que está presente desde hace más de dos mil años.

El trabajar en grupos ha servido para conseguir avances significativos en el mundo, jamás se oyó decir que un solo hombre haya ganado una batalla, sino un ejército; que es un grupo de personas que luchan por un mismo objetivo.

En el campo de la economía, muchas empresas han logrado grandes éxitos gracias al desarrollo del trabajo en equipo de sus integrantes.

Otro ámbito que se ha visto beneficiado es del deporte, en donde los jugadores saben que para conseguir triunfos y campeonatos todos deben trabajar en equipo; que el papel que desempeña cada uno de ellos es fundamental para lograr el beneficio del equipo y así del suyo propio.

De igual manera, en el campo de la salud, para hallar la cura de las diferentes enfermedades que van apareciendo se forman grupos de trabajo, quienes a más de encontrar el remedio, hallan las causas y las vacunas que servirán para prevenir dichas enfermedades.

Como se ha visto en los ejemplos presentados el trabajo grupal resulta ser una metodología con la cual se obtienen excelentes resultados; entonces por qué no aprovecharla con los niños, jóvenes y adultos que se están formando en las escuelas colegios y universidades.



Es así que el presente trabajo se ha realizado con el fin de establecer un marco teórico conceptual en el cual conste: los diferentes componentes, las actividades, las formas de evaluación, y las técnicas sugeridas por los investigadores para llevar a cabo un trabajo grupal que logre mejorar los aprendizajes y las relaciones interpersonales entre los alumnos, quienes se convertirán en los forjadores de sus propios aprendizajes y de sus compañeros.

En el segundo capítulo se encuentra un estudio realizado sobre cómo se lleva a cabo el trabajo grupal en los colegios fiscales mixtos de la ciudad de Cuenca en las secciones diurnas y vespertinas, con el mismo se pretende determinar si los procedimientos y técnicas utilizados están enmarcados dentro del marco teórico establecido para el trabajo grupal en el capítulo uno, para ello se realizaron encuestas tanto a estudiantes como maestros.

Por último en el tercer capítulo se presenta una propuesta metodológica para enseñar los contenidos de Estadística y Probabilidad en los primeros años de Bachillerato General Unificado, acorde a lo establecido dentro de la teoría de grupos, en la que se indican cada uno de los pasos a seguir, además se incluye el material que se entregará a cada grupo, así como las actividades que se deberán resolver luego del estudio de los contenidos.



CAPÍTULO UNO

MARCO TEÓRICO CONCEPTUAL

“Llegar juntos es el principio. Mantenerse juntos, es el progreso. Trabajar juntos es el éxito”.

Henry Ford.

Concepto de grupo:

Un grupo es un conjunto de personas que tienen ciertas cosas en común y se hallan en interacción: por ejemplo la familia tiene una relación ya sea genética o social es decir, por adopción; un partido político está constituido por personas que tiene la misma ideología o un equipo de fútbol que son personas que tienen como finalidad lograr triunfar en determinado campeonato, es así que se puede enumerar una serie de grupos con diferentes intereses.

Comparando los grupos citados en el párrafo anterior se puede establecer que cada uno de estos tiene diferentes características, por lo que se ha establecido una clasificación de los mismos tomando en cuenta diferentes criterios:

a) Por el tiempo de duración:

- Permanentes: son estables en el tiempo y se ocupan de actividades como la organización, administración, etc. pero ello no implica que no se puedan realizar cambios de los integrantes, por ejemplo dentro del ámbito educativo a este grupo pertenecerían las autoridades.



- Temporales: son ocasionales teniendo un tiempo limitado de duración, formados para conseguir un objetivo determinado, desapareciendo en el momento que se alcanza el fin deseado, por ejemplo una comisión para realizar algún tipo de investigación.
- b) Por la formalidad
 - Formales: son grupos definidos y trabajan juntos por un objetivo en común, permanente o temporalmente.
 - Informales: surgen de forma natural, por amistad o en base a alguna necesidad puntual, por lo que su duración es corta.
- c) Por la finalidad
 - De solución de conflictos: buscan resolver los problemas que se presenten entre los diferentes integrantes de la institución a través de la negociación.
 - De producción: realizan las tareas específicas.
 - De solución de problemas particulares: elaboran proyectos
- d) Por el nivel jerárquico
 - Diferenciación vertical: están formados por personas de distinto rango.
 - Diferenciación horizontal: formado por el mismo grado de responsabilidad.

Dentro del contexto educativo, ya sea en la escuela, colegio o en la universidad, se pueden apreciar diferentes grupos, que se han formado ya sea por amistad, afinidad hacia la música, las ciencias, entre otras, además hay otro tipo de grupos que se forman dentro del aula, estos son los grupos de aprendizaje.



«Un grupo de aprendizaje cooperativo es el empleo didáctico de grupos reducidos en los que los alumnos trabajan juntos para maximizar su aprendizaje y el de los demás(Holubec,Johnson, Johnson 14). Esta definición nos lleva a reflexionar sobre nuestro trabajo desplegado en el aula, llegando a nuestra mente preguntas como ¿con el trabajo grupal que realizan nuestros estudiantes logramos maximizar sus aprendizajes y el de sus compañeros?, ¿el decir que trabajen juntos será suficiente para lograr maximizar el aprendizaje? Cuestiones que deberemos responderlas al conocer todo lo que la literatura plantea sobre el trabajo grupal.

Al trabajar los estudiantes juntos como se propone en esta definición se pretende evitar la competitividad de los estudiantes que se da cuando se realiza una enseñanza individualizada, en donde cada estudiante intenta aprobar el año basándose en sus propias habilidades, muchas veces sin lograr maximizar sus propios aprendizajes, peor aún preocuparse por los aprendizajes de sus compañeros, situación que se la puede evidenciar al comienzo de cada año luego de que se realiza la evaluación diagnóstica, los estudiantes parecen no recordar nada de lo aprendido el año anterior o sus conocimientos son menores de los que se requieren para continuar con losnuevos.

Para Claudio A. Urbano y José A. Yuni, en su libro: *Técnicas para la animación de grupos* «La actividad grupal potencia el interaprendizaje, es decir la experiencia subjetiva que la adquisición de saberes sólo es posible por el soporte vincular que se entabla con otros y por el intercambio de conocimientos no solo con el animador sino con los otros integrantes del grupo. *Entreaprender significa aprender con y aprender a través de otros*»(Urbano y Yuni 20)



Esta idea vincula no solo a los estudiantes que forman el grupo, sino también al maestro quien es parte fundamental pues dependiendo de la situación que se le presente, debe ser facilitador, mediador, animador, pues debe lograr que el grupo se vuelva compacto que nada rompa con su estructura, que sin importar con las dificultades que se encuentre, logre cumplir con los metas planteadas.

«Es una comunidad de dialogo, de encuentro, en la que los alumnos que lo integran participan de actividades de apropiación significativa de saberes culturales, a través de una acción pedagógica centrada en sus propios intereses y en el desarrollo de la libertad responsable»(Erbiti y Ostrovsky I: 2)

Para lograr que los grupos se enmarquen dentro de lo propuesto por Erbiti y Ostrovsky, no basta con que el docente llegue al aula y disponga que se formen grupos para resolver una serie de actividades, sino que indique que es lo que se ha de realizar y lo más importante como se ha de lograr los objetivos planteados. Para ello se debe iniciar enseñando a los alumnos cuales son las bases o principios que se deben seguir para realizar un trabajo grupal, así lograrque se conviertan en verdaderas comunidades de trabajo como lo plantean Erbiti y Ostrovsky. Dentro de este contexto estos autores plantean que el docente debe ser:

- Mediador: para lograr mejorar la comunicación y participación de todos los miembros del grupo y con los demás grupos, a través de la planificación estratégica de las diferentes actividades, presentación y distribución de los materiales didácticos y de la asignación de tareas.



- Observador: es decir el maestro debe estar siempre mirando atentamente el trabajo de cada uno de los grupos y dentro de ellos el de cada miembro, a fin de poder intervenir en el momento apropiado, ya sea para estimular o corregir algún error que se presente en el desarrollo de las actividades.
- Facilitador de los aprendizajes autónomos: el maestro debe participar activamente dentro de los grupos realizando un sin número de preguntas que deberán ser contestadas por todos los integrantes; esta participación activa servirá para que los estudiantes vean los problemas planteados desde diferentes puntos de vista y su vez analicen las diversas soluciones que se pueden obtener logrando así obtener aprendizajes en base a sus propios conocimientos y experiencias.

En resumen la clave para que un grupo de trabajo logre enmarcarse dentro de las definiciones planteadas en los párrafos anteriores está en el maestro, en la preparación y disposición que presente para llevarlo a cabo.

Un profesor que esté dispuesto a realizar un trabajo grupal, debe saber que hay cinco elementos fundamentales planteados por los hermanos Johnson y Holubec, para lograr un verdadero aprendizaje en base al trabajo grupal, los mismos que son:

- 1) Interdependencia positiva: El relato de la migración de los gansos, como su formación, los cambios de puestos y la “asistencia” que se dan en esta travesía, les ayuda para poder cumplir su meta, así como el análisis de los papeles que tienen los jugadores en un equipo, pueden servir para lograr



que el estudiante comprenda que es parte fundamental del grupo de aprendizaje, y como tal de su éxito o fracaso depende el del grupo. Cuando los estudiantes han tomado conciencia de la importancia de su participación dentro del grupo podrán compartir el material y los conocimientos.

- 2) Interacción promocional cara a cara: “Las penas compartidas son menos”, esta frase es apropiada para intentar dar un significado a este punto, por cuanto, cuando estamos sumidos dentro de un problema no podemos ver la solución, así esta esté en frente de nosotros, pero si conversamos con alguien que no está involucrado con el mismo, puede darnos uno o varios caminos para resolverlo. Esta idea se la puede trasladar al grupo de aprendizaje, pues mientras más preguntas se realicen, más serán las respuestas que se den a fin de conseguir los objetivos planteados. De esta manera se consigue que los estudiantes desarrollen sus capacidades de: reflexión, análisis, discusión, expresión, las mismas que le llevarán a obtener conclusiones logrando así un aprendizaje significativo.
- 3) Responsabilidad individual y grupal: A menudo cuando se ha realizado un trabajo grupal sin la debida preparación, se puede escuchar comentarios como que una sola o dos han realizado el trabajo y los demás han estado haciendo otras actividades que no tenían nada que ver con la tarea asignada, o que algún compañero al final colocó su nombre sin haber dado ningún aporte. Estas son las actitudes que se deben desterrar de los grupos de aprendizaje, los estudiantes deben entender que cada uno de ellos es responsable primero de su propio aprendizaje y luego de todos los



integrantes. Una forma de lograr que los estudiantes asuman sus responsabilidades es a través de la evaluación, la misma que debe ser tanto individual como grupal, la cual servirá para que los estudiantes verifiquen sus avances, y las fallas cometidas durante el proceso a fin de rectificarlas.

- 4) Habilidades interpersonales y de manejo de grupos pequeños: En una enseñanza individualizada el estudiante es pasivo, tiene poca intervención en el desarrollo de la clase solo cuando el profesor le pregunta sobre algún aspecto, en cambio cuando se trabaja en grupos los estudiantes deben estar en constante comunicación, por lo que deben aprender a: hablar, escuchar, respetar los diferentes pensamientos, los tiempos de participación, los diferentes ritmos de aprendizaje, y ser tolerantes. Dentro de esa convivencia es imposible evitar que surjan diferencias entre los miembros, por lo que los estudiantes deben aprender incluso a resolver los conflictos.

Es así que la enseñanza a través de grupos no solo sirve para lograr aprendizajes significativos en el ámbito científico, sino en valores, los mismos que les servirán para toda la vida.

- 5) Procesamiento en grupo: Este punto hace referencia a la reflexión tanto grupal como individual que debe realizar cada integrante del grupo a fin de determinar qué acciones han servido para el avance del grupo y cuales han dificultado este progreso, no solo en el ámbito de los conocimientos científicos, sino también en el aprendizaje de los valores éticos y morales. A



través de este análisis los estudiantes deberán buscar los mecanismos para desterrar los malos hábitos y fortalecer los buenos.

Tipos de grupos de aprendizaje:

David Johnson, Roger Johnson y Edythe Holubec en su libro “El aprendizaje cooperativo en el aula” clasifican a los grupos de aprendizaje cooperativo en: grupos formales, grupos informales y grupos de base

- **Grupos formaleso de expertos:** funcionan durante un periodo que va de una hora a varias semanas de clase. En estos grupos, los estudiantes trabajan juntos para lograr objetivos comunes, asegurándose de que ellos mismos y sus compañeros de grupo completen la tarea. Para el trabajo con estos grupos, el docente debe:
a) especificar los objetivos, b) tomar una serie de decisiones previas a la enseñanza, c) explicar la tarea y la interdependencia positiva a los alumnos, d) supervisar el aprendizaje de los alumnos e intervenir en los grupos para brindar apoyo en la tarea o para mejorar el desempeño interpersonal y grupal de los alumnos, y e) evaluar los aprendizajes y ayudarlos a determinar el nivel de eficacia del grupo.
- **Grupos informaleso esporádicos:** operan durante unos pocos minutos hasta una hora de clase. El docente puede utilizarlos durante una actividad de enseñanza directa (una clase magistral, una demostración, una película o un video) para centrar la atención de los alumnos, para promover un clima propicio al aprendizaje... La actividad de estos grupos informales suele consistir en una charla de tres a cinco



minutos entre los alumnos antes y después de una clase, o en diálogos de dos a tres minutos entre pares de estudiantes durante el transcurso de una clase magistral.

- **Grupos de Base:** tienen un funcionamiento a largo plazo (por lo menos de casi un año) y son grupos de aprendizaje heterogéneos, con miembros permanentes, cuyo principal objetivo es posibilitar que sus integrantes se brinden unos a otros el apoyo, la ayuda, el aliento y el respaldo que cada uno de ellos necesita para tener un buen rendimiento escolar. Los grupos de base permiten que los alumnos entablen relaciones responsables y duraderas que los motivaran a esforzarse en sus tareas, a progresar en el cumplimiento de sus obligaciones escolares y a tener un buen desarrollo cognitivo social.

Roles de los estudiantes:

En el artículo publicado por la “Cuarta Jornada sobre Aprendizaje Cooperativo” del Grupo GIAC, titulado “*Algunos de los roles más habituales de los estudiantes en los grupos cooperativos*”, se puede encontrar una clara explicación de la importancia y utilidad que tiene asignación de roles a los estudiantes a fin de conseguir un verdadero trabajo cooperativo. En una parte de este artículo se manifiesta que:

... Los roles vienen a ser las actividades que se tienen que llevar a término dentro del grupo a fin de que pueda cumplir con la mayor eficacia con su misión (la ejecución de una tarea o la producción de un determinado material.) Esta lista de tareas, debidamente agrupadas (con una cierta



coherencia interna) configura las actividades asignadas a los diferentes roles que el grupo debe asumir. Tener roles facilita que el grupo despliegue a la vez dos cosas básicas: aptitudes y actitudes, esto es, habilidades sociales y capacidades académicas. Los roles facilitan que el grupo pueda hacer la tarea académica encomendada de una manera satisfactoria con respecto a los conocimientos académicos a la vez que permiten practicar habilidades sociales cómo pueden ser resolver conflictos, negociar, comunicar ideas eficazmente, respetar los puntos de vista de los demás, consensuar respuestas colectivas y aprovechar el tiempo. Para que los roles tengan un efecto beneficioso, deben ser rotativos dentro del grupo de manera que todo el mundo aprenda a hacer cualquiera de las actividades asociadas a cada rol. Así, es posible que alguien con una cierta capacidad por el liderazgo le cueste tener roles que impliquen, por ejemplo, no estar al frente de la actividad y recibir órdenes de un coordinador. Alguien que no acostumbre a intervenir en los debates o que se muestre generalmente de acuerdo con todo, puede hacer el papel de crítico o escéptico. Alguien muy riguroso con el control del tiempo puede, cuando no lo controla él personalmente, ayudar a los compañeros que se los cueste mantenerse serenamente en este papel porque, normalmente, se involucran mucho en la actividad y se pierden mucho en las discusiones y debates. Esta rotación de roles es imprescindible dado que se pide de cada miembro del equipo que tenga capacidad para desarrollar cualquiera de las actividades del grupo. Lo que se pretende es desarrollar habilidades en los estudiantes. Naturalmente, si en su vida laboral un equipo tiene roles bien definidos en



los cuales se optimiza la mejor dote de cada cual, entonces, los roles son permanentes. El caso que nos ocupa, no obstante, es justamente el de preparar a los estudiantes para que puedan, en su vida laboral, desplegar, si les hace falta, el mejor rol que pueda desempeñar cada cual a fin de formar equipos eficientes. (Domingo, Martínez y Giraldo párr.1)

Antes de conocer cuáles son algunos de los roles más comunes que se pueden asignar a los estudiantes es importante recordar que, hasta que los estudiantes adquieran las destrezas necesarias para el desarrollo de un trabajo cooperativo efectivo se recomienda comenzar con pocos roles y mantenerlos por un tiempo corto -máximo por dos semanas- a fin de que cada estudiante comprenda perfectamente cuál es su verdadero papel y como debe desempeñarlo. Los roles a utilizarse pueden ser muy diversos dependiendo de las necesidades que se vayan presentando en los grupos, ya sea en referencia al tema que se estudia o las situaciones de convivencia que se presentan dentro del grupo, es por ello que el docente debe estar atento y no descuidar el trabajo que realizan sus alumnos, para esto es conveniente que mantenga un registro de novedades el mismo que irá llenando al visitar cada grupo. A continuación se presentan algunos de los roles que se han considerado como fundamentales para iniciar el trabajo con los estudiantes, los mismos que se han tomado de autores como: Beal, Lobato, David Johnson, Roger Johnson y Edythe Holubec.

- El Coordinador que en nuestro medio puede ser considerado como el Jefe de grupo: es el que organiza las actividades del grupo distribuyendo las tareas que debe realizar cada uno de los integrantes, además es el encargado de verificar que todos estén de acuerdo con las conclusiones



obtenidas en el desarrollo de las actividades, es el llamado a intervenir cuando se presenta algún conflicto en el grupo, convirtiéndose en un mediador.

- El registrador es el estudiante que inscribe las decisiones del grupo, elabora los reportes para presentarlos al profesor, podríamos decir que cumple con las funciones de secretario.
- El buscador de información o investigador, es el encargado de conseguir y organizar los materiales, y de comunicarse con los otros grupos y con el profesor a fin de obtener información.
- El observador, se asegura que todos los integrantes del grupo estén colaborando para ello debe llevar un registro de las participaciones, en el que anotará la frecuencia y la calidad de las intervenciones.
- El cronometrador o registrador del tiempo, es el responsable de controlar que las actividades se realicen dentro del plazo establecido, que cada uno intervenga sin monopolizar la palabra.
- El estimulador es el que anima al resto de integrantes del grupo a participar, elogiando sus intervenciones. Este rol es muy interesante pues a través de él los estudiantes obtienen mayor confianza y afianzan la interdependencia positiva.

Otros roles que pueden asignarse son: el inquisidor es quien realiza una serie de preguntas a fin de obtener análisis y profundizar en la comprensión de los conocimientos alcanzados. El crítico de ideas está encargado de cuestionar intelectualmente a sus compañeros, pero debe tener cuidado de no criticar a las personas.



Como ya se dijo otros roles pueden ir apareciendo, según las necesidades que se presenten, los mismos que el docente ira adecuando en base a sus experiencias y conocimientos.

Para que cada estudiante comprenda claramente en qué consiste su rol dentro del grupo David Johnson, Roger Johnson y Edythe Holubec, proponen el empleo de fichas de roles, en las que se indiquen a los estudiantes la denominación del rol en uno de los lados de la ficha y al otro lado las expresiones que podrían utilizarse en el cumplimiento de su rol o las actividades específicas a realizar.

Integración de los grupos:

No existe un número fijo de integrantes para el grupo, puede ir desde dos hasta máximo seis. La cantidad de integrantes dependerá de la actividad a desarrollarse, por ejemplo si es el análisis de un texto, esta puede llevarse sin ningún problema trabajando en pares, pero si se trata de elaborar y ejecutar algún proyecto será necesario tener un número mayor de estudiantes. Otro aspecto que puede influir en la conformación de los grupos es la edad de los estudiantes y su experiencia en el trabajo cooperativo, si los alumnos corresponden a los subniveles de Básica Elemental¹ y Básica Media², y si se están iniciando en el trabajo grupal es conveniente formar grupos de hasta tres estudiantes, a fin de mantener control tanto en el comportamiento, como en lograr la participación de todos los integrantes, pues al ser un grupo numeroso y no contar con la experiencia necesaria, puede darse el caso de que uno o dos trabajen y le resto

¹Corresponde a 2.º, 3.º y 4.º grados de Educación General Básica y preferentemente se ofrece a los estudiantes de 6 a 8 años de edad

²Corresponde a 5.º, 6º. y 7.º grados de Educación General Básica y preferentemente se ofrece a los estudiantes de 9 a 11 años de edad



se dedique a realizar cualquier otra actividad. Así mismo el tiempo y la cantidad de materiales o equipos disponibles serán un determinante en la conformación de los grupos, pues si estos son escasos los grupos deberán ser grandes en número, ahora bien, si se cuenta con el tiempo suficiente y a pesar de no contar con muchos materiales, se puede formar grupos pequeños e ir alternando la utilización de los equipos.

Formación de los grupos:

Existen muchas formas de distribuir a los estudiantes para formar los grupos: los integrantes pueden ser distribuidos aleatoriamente, seleccionados por los propios estudiantes, o por el profesor, en cualquiera de estos casos se debe tener en cuenta aspectos como: las habilidades, intereses, expectativas, relaciones interpersonales, gustos, niveles de rendimiento, género, amistades y enemistades que existan dentro del curso, pudiendo formarse grupos homogéneos o heterogéneos.

Consideraremos que los grupos son homogéneos cuando los estudiantes tienen una característica general en común, y heterogéneos cuando los miembros presentan diferencias respecto a alguna característica. Por ejemplo, en un curso donde existen mujeres y varones, un grupo será homogéneo si lo conforman solo mujeres o solo varones, y heterogéneo si hay mujeres y varones en igual proporciones. A continuación se presentan las ventajas y desventajas que los investigadores han encontrado cuando se trabaja en grupos homogéneos o heterogéneos, las cuales se resumen en la siguiente tabla:

**Tabla 1: Ventajas y desventajas de los grupos homogéneos y heterogéneos.**

GRUPOS	VENTAJAS	DESVENTAJAS
Homogéneos	<p>1) Al tener características comunes, pueden sentirse más cómodos hablando y examinando situaciones delicadas o personales.</p> <p>2) Los objetivos que involucran la construcción de nuevos conocimientos, pueden ser alcanzados con mayor eficiencia, pues todos los estudiantes parten de un nivel semejante de preparación.</p> <p>3) El gusto por el trabajo grupal, es mayor cuando trabajan entre semejantes.</p>	<p>1) Poco rendimiento en cuanto a la transferencia de conocimientos.</p> <p>2) No hay interacciones o intercambios de puntos de vista diferentes.</p> <p>3) Se establece un distanciamiento entre cada grupo, los excelentes tenderán a seguirlo siendo y los de nivel bajo a mantenerse en esa posición.</p> <p>4) Escasa interrelación entre los estudiantes, debido a que todos tienen el mismo nivel, no habrá un estudiante más adelantado que explique a los que no entendieron.</p>
Heterogéneos	<p>1) Participación activa de todos los integrantes en la construcción del conocimiento.</p> <p>2) Mayor riqueza en el intercambio de las interacciones personales.</p> <p>3) Fomenta la interdependencia positiva, pues los que saben más enseñan a los que saben menos.</p> <p>4) Mejora el rendimiento de todo el curso.</p> <p>5) Facilita la asignación de roles, convirtiendo a los estudiantes en expertos.</p>	<p>1) Debido a la diversidad de opiniones se puede generar mayor número de conflictos.</p> <p>2) Las diferencias en los conocimientos, al ser muy marcadas, hará que algunos estudiantes limiten sus participaciones.</p>



Como se puede ver, existen puntos a favor y en contra de los grupos homogéneos y heterogéneos, por lo que el docente debe tomar la decisión con que tipos de grupos desea trabajar, ahora bien su resolución dependerá del tipo de trabajo que va a realizar y de los objetivos planteados.

Una vez que se ha decidido el tipo de grupo con el que se va a llevar a cabo el trabajo grupal, lo siguiente es establecer la forma de seleccionar a los estudiantes, para que integren los diferentes grupos. Al inicio de este punto ya se dijo que la forma de escoger a los estudiantes, era diversa, a continuación se presentan algunas técnicas extraídas de los diferentes textos revisados. Es importante enfatizar que en cada grupo que se forme se debe tener cuidado en que los equipos no sean solo de amigos o se junten estudiantes que tienen problemas, si la clase es mixta se debe tratar siempre de evitar grupos solo de un mismo género, de presentarse algunos de estos casos, el profesor deberá buscar la manera de reorganizar a los estudiantes.

Distribución aleatoria: Este es uno de los métodos más simples y efectivos para formar grupos, se la utiliza con mayor frecuencia para organizar a los estudiantes en grupos informales, según la técnica utilizada, se obtienen por lo general grupos heterogéneos, de obtenerse grupos homogéneos, y si se desea trabajar con heterogéneos, el docente podrá realizar alguna modificación, para así obtener los resultados deseados. Las técnicas a utilizarse, pueden ser las siguientes:

Numeración: Luego de elegir el número de grupos a formar, según el número de estudiantes, se solicita a cada uno de ellos que se numeren, luego se pide que se junte los que tengan el mismo número. Por ejemplo, si el curso es de 35



estudiantes y se quiere formar grupos de cinco se numeran del 1 al 5, luego se unirán todos los unos, los dos, los tres y así sucesivamente. Una variante de esta estrategia, puede ser elaborar una serie de fichas cada una de ellas con un número, el cual se repetirá tantas veces como integrantes tenga el grupo, antes de iniciar la clase el profesor repartirá una tarjeta a cada estudiante, haciendo que se junten los que tengan el mismo número.

Provincias y capitales: A través de esta estrategia se puede formar grupos de números pares, es decir, de 2, 4, y 6 estudiantes. Para ello el profesor con anticipación elabora una serie de tarjetas con las provincias y en otras con las capitales, una vez que han sido distribuidas a todos los estudiantes se formarán los grupos que tengan la provincia y su capital. Si se desea grupos de 4 o 6 integrantes, se unirán las provincias que están juntas. Esta técnica puede tener muchas variaciones, en lugar de provincias pueden ser países, con sus principales ciudades, también países con sus presidentes, o países con su comida, trajes típicos, o personajes sobresalientes.

Moda: Según el número de integrantes del grupo se divide la letra de las canciones de moda, se entrega una parte de la canción a cada estudiante, luego se pide que encuentren a los que tengan el resto de la canción. De igual manera se puede tomar películas o cuentos y sus personajes, obras literarias y sus autores o personajes.

Rompecabezas: El profesor puede elaborar varios rompecabezas de acuerdo al número de estudiantes que vayan en cada grupo, se repartirá una ficha del



rompecabezas a cada estudiante, teniendo ellos que formar el grupo con los compañeros que completen el rompecabezas.

Barajas: Como una baraja está formada por: corazones negros, corazones rojos, tréboles y diamantes, se toma parte del conjunto, del tal manera que en el subconjunto formado queden cuatro de cada tipo, se reparte a cada alumno una carta, formándose los grupos con la unión de los que tengan el mismo número, pero diferente tipo de carta. Si de la distribución efectuada quedan uno o dos estudiantes sin grupo, por cuanto el número no era exacto, en el grupo de barajas seleccionadas para entregar a los estudiantes se puede incluir los reinas o reyes y los alumnos que saquen estas cartas podrán escoger con qué grupo van a trabajar, pero no pueden repetir el grupo.

Figuras: El profesor puede tener una serie de figuras por ejemplo geométricas de preferencia de diferentes colores, así el momento de formar los grupos, puede hacerlo haciendo que formen el grupo los estudiantes que tienen figuras con la misma forma o con igual color pero de diferente forma.

Temas matemáticos: Para esta técnica se puede elaborar una serie de fichas divididas en planteamientos de ejercicios y su respectiva solución, sobre un mismo tema o diferentes temas, de esta manera se formaran los grupos entre los estudiantes que tengan las respuestas a los ejercicios planteados.

Gustos personales: Se solicita a los estudiantes que llenen una tarjeta en la que se pide información sobre diferentes aspectos de su preferencia: deportes, equipos de fútbol, cantantes, música, comida, programas de televisión, materias, etc., en base a la información recopilada se forman los diferentes grupos.



Como se puede ver existen varias maneras para formar grupos aleatoriamente, aquí se han indicado algunas, con el fin de dar una idea al maestro, el mismo que puede crear otras formas dependiendo de los recursos que posea y de su propia iniciativa.

Distribución estratificada: En este método el profesor forma grupos tomando en cuenta características específicas de los estudiantes, como por ejemplo los niveles de rendimiento, lugares de vivienda, estilos de aprendizaje, habilidades cognitivas, etc. Se utiliza para formar grupos de base y formales, los mismos que pueden ser homogéneos o heterogéneos.

Las técnicas que a continuación se resumen han sido tomadas, del texto “Aprendizaje Cooperativo” de David W. Johnson, Roger T. Johnson y Edythe J. Holubec y del Libro Técnicas de aprendizaje colaborativo del profesorado Universitario de Elizabeth F. Barkley et al.

Resultados de una evaluación: Previo al formación del grupo el profesor realizará una evaluación, y según los resultados de la misma procederá a conformar los grupos, en cada equipo se incluirá un estudiante según las calificaciones obtenidas, es decir, uno con una nota alta, uno o dos con calificaciones intermedias y uno que tenga nota baja. Si el número de estudiantes del curso no es exacto, se incluirá a los alumnos sobrantes en los grupos ya formados.

Respuestas: Se realiza una serie de preguntas a cada estudiante, luego se forma el grupo en base a las respuestas obtenidas.



Inscripción: Para esta técnica se debe preparar varios temas que deberán investigar los estudiantes luego de socializarlos, se les indica que se deben anotar en el tema que prefieran trabajar. Se puede establecer un límite de integrantes por tema o luego de las inscripciones se puede escoger los grupos.

Escala de valoración: Se escribe un enunciado que contenga varios ítems positivos y negativos con sus respectivas valoraciones acerca de algún tema, referente a la materia, a los deportes, al colegio, al que hacer nacional o a los acontecimientos mundiales, dependiendo del universo estudiantil que se tenga. Por ejemplo el enunciado sería: “El facebook perjudica a los estudiantes”, los ítems: 1 = Totalmente en desacuerdo, 2 = En desacuerdo, 3 = Ni de acuerdo, ni en desacuerdo, 4 = De acuerdo 5 = Totalmente de acuerdo. Se solicita a los estudiantes que escojan la opción que más concuerde con su opinión, entonces se forma los grupos según las respuestas escogidas, si se desea grupos homogéneos se unirán los estudiantes que hayan escogido el mismo número, y para grupos heterogéneos se forman los estudiantes que hayan elegido el 1, 2, 3, 4, y 5.

Hoja de datos: es una especie de currículum vitae, que el estudiante puede llenar al inicio del año, en el que se puede incluir datos personales, información académica sobre destrezas y competencias, gustos sobre las asignaturas, habilidades tecnológicas, y aspiraciones. En base a los datos recogidos se podrán formar los diferentes grupos.

Estilos de aprendizaje: En el internet se puede encontrar una serie de test de estilos de aprendizaje, los mismos que se pueden aplicar a los estudiantes, y con



los resultados obtenidos se formaran los grupos de acuerdo a los tipos de aprendizajes. En la sección de anexos se ha colocado el Test de David Kolb.

Selección de los propios estudiantes: Esta técnica puede ser la más rápida y eficiente para formar los grupos, pero no siempre es la más recomendable, por cuanto los grupos formados tienden a ser, por lo general siempre homogéneos, pues se reúnen estudiantes que tienen lazos de amistad, o son del mismo género, o del mismo nivel académico, reduciendo las posibilidades de interactuar con el resto de compañeros, así como de intercambiar conocimientos, ideas y perspectivas. También puede acentuar sentimientos de rechazo hacia algunos compañeros que de por sí ya presentan problemas al relacionarse con los demás. Por otro lado el trabajo con los grupos escogidos por los mismos alumnos, resultará más cómodo, tanto para los estudiantes como para el profesor, pues habrá menos conflictos que resolver, y al ser todos amigos cada uno tendrá una participación mucho más abierta. Mas como el propósito del trabajo grupal es lograr mejorar tanto la parte académica como la interacción con los demás, se puede formar grupos haciendo que los estudiantes seleccionen a sus compañeros, pero con ciertas directrices dadas por el maestro, a continuación se resumen algunas de estas técnicas.

Escoge tu grupo: Esta técnica consiste en hacer que los estudiantes digan o escriban en un papel los nombres de los compañeros con quienes les gustaría trabajar, entonces el docente formará los grupos tomando parte de los alumnos nombrados y otra parte de los que no fueron anotados.



Selección libre: Para la aplicación de este método se elaboraran una serie de normas que los estudiantes deben cumplir para formar el grupo, por ejemplo se puede indicar el número de estudiantes, la composición respecto al género, o las habilidades, el lugar de vivienda, etc.

Elección por líder: De entre los estudiantes del curso se nombran los coordinadores o jefes de grupo, ellos serán los encargados de seleccionar al resto de integrantes, de acuerdo a las indicaciones dadas, las mismas que buscaran completar las destrezas que no posea el capitán del grupo.

Organización del aula:

El aula de clase es el lugar en donde, no solo se da el proceso de enseñanza-aprendizaje como tal, sino donde, se realiza una verdadera interacción entre docente-alumno y alumno-alumno, pues en ella se permanece el mayor tiempo, por lo que, debe ser un sitio en donde cada uno de los actores que intervienen en el ámbito educativo, puedan sentirse cómodos, seguros, motivados, con confianza para participar, colaborar y asumir responsabilidades, de tal manera que se conviertan en verdaderos protagonistas de sus aprendizajes dependiendo del rol que desempeñen. De allí que la forma de organizarla tiene mucho que ver con lo que el profesor quiere conseguir, así por ejemplo la disposición de los pupitres en columnas y líneas utilizadas en la escuela tradicional, sugiere la idea de orden y disciplina, en la cual el estudiante es el receptor de los conocimientos impartidos por el maestro, sin oportunidad para intercambiar opiniones ni con su compañero de lado, produciendo estudiantes individualistas y competitivos. Ahora bien, como en el trabajo grupal, lo que se quiere es lograr un aprendizaje activo, se debe



convertir las “aulas tradicionales” en “aulas interactivas”, en las que la interacción: maestro-alumno, alumno-maestro y alumno-alumno, se pueda dar con fluidez dentro de un ambiente de confianza y respeto, para ello el docente debe tener en cuenta las siguientes recomendaciones las mismas que han sido adaptados del texto: El Aprendizaje Cooperativo en el Aula de David Johnson, Roger Johnson y Edythe Holubec:

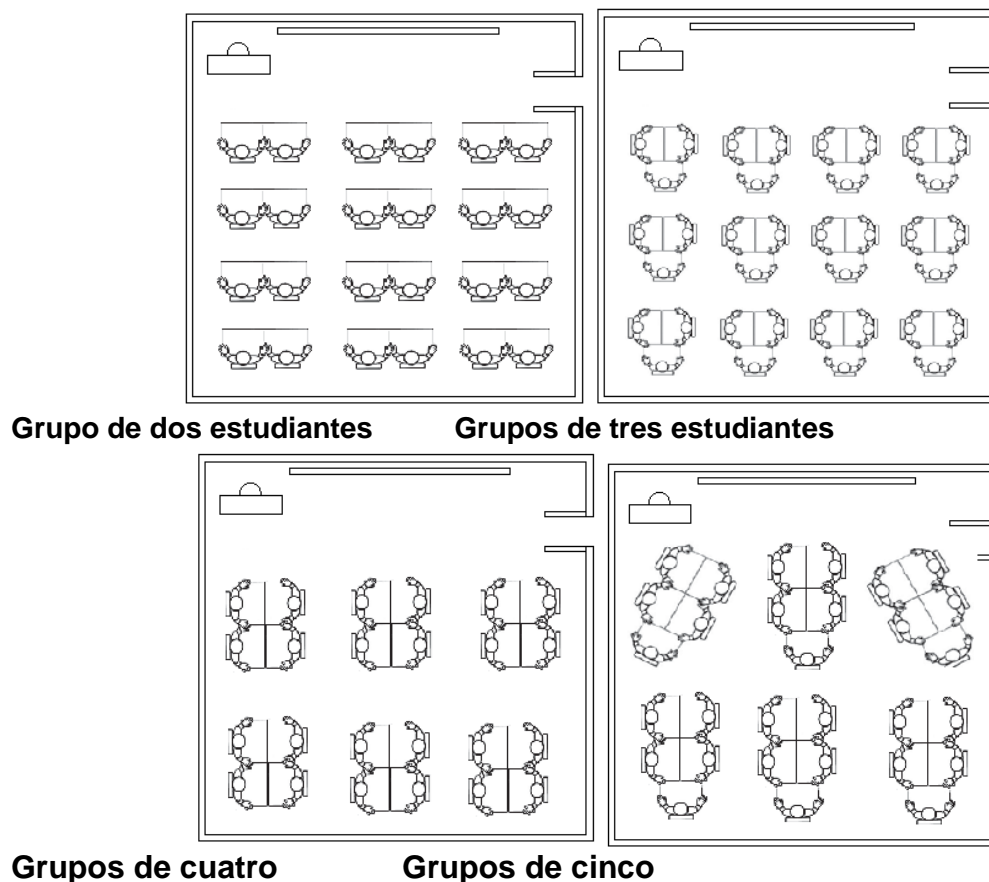
- 1) La ubicación de los integrantes del grupo debe ser tal que, los estudiantes puedan conversar mirándose unos a otros, compartir sus ideas y materiales con facilidad, sin incomodar a los otros grupos.
- 2) Las mesas de trabajo deben estar dispuesto de manera que todos los estudiantes logren mirar al profesor con facilidad, cuando este requiera dar una explicación general sin necesidad de reubicarlas o de adoptar posiciones incómodas.
- 3) Cada grupo de trabajo debe ser distribuido de tal manera que se utilice todo el espacio del aula, con esto se logrará que los equipos puedan trabajar con tranquilidad y de forma independiente. Al existir el suficiente campo de movimiento el profesor y los alumnos podrán llegar a los diferentes grupos o materiales sin problemas.
- 4) Se debe evitar colocar a los grupos junto a sitios que pueden dar lugar a distracciones como ventanas o puertas.
- 5) Dependiendo del trabajo planificado a realizarse, la disposición del aula debe ser flexible, pues los estudiantes deben tener comodidad para reordenarla con rapidez pasando de una composición a otra.

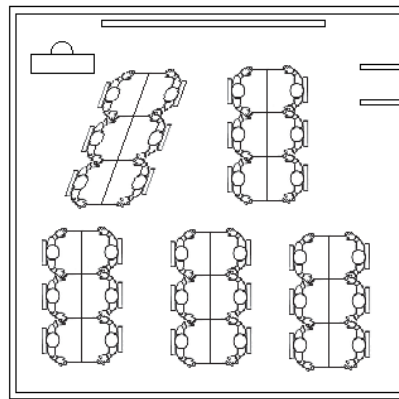


- 6) Si luego de un tiempo se forman grupos estables se puede delimitar las áreas de trabajo a través de algún distintivo propio de cada grupo, como por ejemplo se puede trazar líneas en el piso, dibujar objetos referentes a la materia junto a cada grupo, colocar colgantes con el nombre del grupo, etc.
- 7) Para que los estudiantes se sientan motivados y sientan el aula como suya se puede colocar en las paredes los trabajos elaborados por los grupos, los mismos que servirán como retroalimentación de los aprendizajes.

A continuación se muestran algunas figuras de diferentes formas de ubicación de los estudiantes que permitirán mantener una comunicación adecuada.

Fig. 1: Distribución de los grupos en el aula

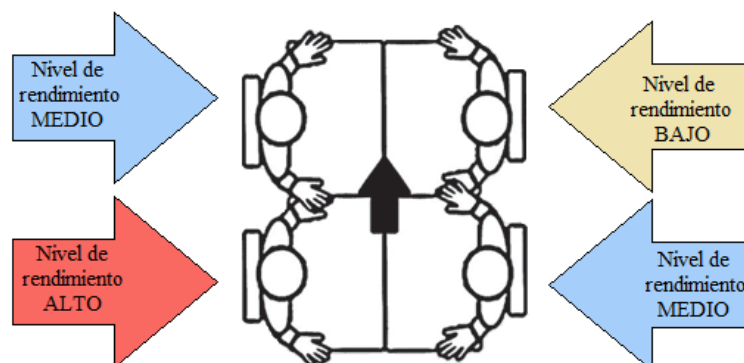


**Grupos de seis**

FUENTE: (Adaptado de Torrejo et al. 215)

Si el equipo con el que se trabaja es un grupo que se ha formado en forma estratificada, se recomienda que la ubicación de los estudiantes sea la indicada en la figura 2:

Fig. 2: Ubicación de los estudiantes en un grupo estratificado



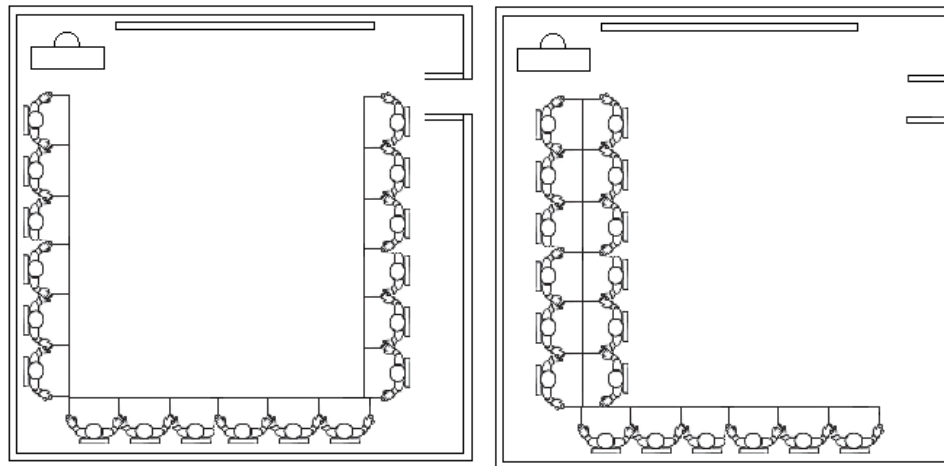
FUENTE:(Adaptado de Torrejo et al 216)

A veces luego de realizar el trabajo grupal, se necesita realizar una plenaria o discusión de todo el curso sobre el tema tratado, para estos casos, los



investigadores recomiendan las siguientes distribuciones que ayudan a establecer un ambiente de confianza y permiten un contacto visual más directo.

Fig. 3: Distribución de los alumnos en el aula



Distribución en “U” o semicírculo

Distribución en “L”

Fuente: (Adaptado de Herrera)

Preparación de los estudiantes para el trabajo grupal:

Antes de iniciar con el trabajo grupal como tal, es necesario que el profesor tome algún tiempo para entrenar a los estudiantes en el ámbito del cooperativismo, para ello los investigadores sugieren que en las primeras semanas se desarrollen una serie de dinámicas, tanto en plenaria, como en grupos pequeños, con el fin de que los alumnos se conozcan y relacionen entre ellos, se motiven para trabajar en equipo, participen en la toma de decisiones y se ayuden entre ellos a la hora de aprender.

A continuación se proponen algunas dinámicas que podrían ser utilizadas, para desarrollar la colaboración, pero antes es necesario aclarar que para la elección y



posterior aplicación de estas u otras dinámicas, el profesor que aquí asume el papel de animador, debe tener en cuenta los siguientes aspectos:

- 1) El animador debe dominar los fundamentos teóricos de la dinámica de grupos, además de ser capaz de interpretar los fenómenos y procesos evolutivos del grupo, sus avances, conflictos, logros, obstáculos, y necesidades.
- 2) Deben elegirse aquellas dinámicas que sean más adecuadas para el logro de los objetivos que se quieren alcanzar en cada actividad y momento del proceso grupal.
- 3) Considerar la madurez y el entrenamiento del grupo.
- 4) El tamaño del grupo, se sugiere la combinación de dinámicas para la formación de grupos pequeños con técnicas de grupo grande. Esta combinación hace atractiva la tarea y promueve diferentes tipos de interacciones e intercambios.
- 5) El espacio físico, el equipamiento, los materiales y el tiempo disponible.
- 6) Las dinámicas no pueden ser aplicadas de manera mecánica ni estereotipada. El animador tiene que evitar el peligro de volverse demasiado rígido en la aplicación de las técnicas.
- 7) En el caso de no encontrar una dinámica que satisfaga las necesidades, se puede optar por una de las siguientes alternativas: modificar una dinámica que ya existe o diseñar una nueva. (Urbano y Yuni 27,28,29,30)

Dinámicas de grupo:

a) La telaraña:



Objetivos: Conocer e integrar al grupo

Participantes: Desde los 7 años en adelante

Tiempo: 20 a 25 minutos dependiendo del tamaño de la clase.

Materiales: Ovillo de hilo

Lugar: Aula de clase o el patio

Procedimiento:

- 1) Los estudiantes se ponen de pie, formando una circunferencia.
- 2) Se le entrega el ovillo a un estudiante, quien se presenta diciendo su nombre, afición, gusto, lugar de procedencia, edad.
- 3) Posteriormente debe lanzar el ovillo a otro compañero(a), sujetando el extremo de forma que el hilo cuelgue entre ambos.
- 4) Quien recibe el ovillo se presentará y volverá a lanzar la madeja a otra persona, pero siempre sujetando el hilo.
- 5) Al final queda formada la telaraña.
- 6) A continuación se procede a deshacer la telaraña, para lo cual el último estudiante en presentarse comienza a enrollar el ovillo, debiendo repetir la información de la persona a donde llega el ovillo enrollado.
- 7) El estudiante que recibe el ovillo repite lo mismo, hasta que se termina de enrollar la madeja.
- 8) Si no se consigue deshacer la telaraña, no hay problema, pues se puede aprovechar la situación para lograr que los estudiantes entiendan la importancia del trabajo en equipo.



Fuente: «<http://es.scribd.com/doc/42827173/500-Dinamicas-de-Integracion-Grupal>»

b) El juego de la nasa

Objetivos: Descubrir que las decisiones tomadas en equipo son más acertadas que las decisiones de forma individual.

Evidenciar que el trabajo en equipo, es más eficaz que el trabajo individual.

Reflexionar sobre el trabajo en grupo.

Participantes: para adolescentes

Tiempo: 20 a 25 minutos dependiendo del tamaño de la clase.

Materiales: Hojas para cada equipo

Lugar: Aula de clase

Procedimiento:

- 1) Se entrega a cada estudiante una hoja similar a la de la Tabla 1.
- 2) Se solicita que cada alumno lea el texto que se encuentra al inicio de la plantilla.
- 3) Luego del texto se puede observar una tabla con varios artículos que servirán para que, los astronautas se puedan salvar, los mismos que deberán ser clasificados en forma individual por los estudiantes de acuerdo al orden de importancia. La forma de clasificarlos será



numerándolos del 1 al 15, siendo el 1 para el de mayor importancia, 2 al que le sigue de importancia, y así sucesivamente hasta el 15 que será el de menor importancia. Estos números deberán ser escritos en la columna titulada “individual”

- 4) Una vez que todos los estudiantes terminen de realizar la clasificación, se forman grupos de 4 o 5 estudiantes. Los grupos formados, luego del análisis y discusión, y en común acuerdo establecerán nuevamente la clasificación de los artículos, la misma que será anotada en la columna titulada “grupo”.
- 5) Una vez concluido el trabajo grupal, el profesor dicta a los alumnos la clasificación realizada por la Nasa (Tabla 3), la misma que debe ser escrita en la columna correspondiente.
- 6) Se obtienen las diferencias entre las columnas “individual” y “Nasa” y entre “grupo” y “Nasa”, los valores absolutos de los resultados se anotan en las columnas correspondientes a: “Diferencia 1” y “Diferencia 2”.
- 7) Se suman los valores obtenidos tanto en la columna “Diferencia 1”, como en la columna “Diferencia 2”.
- 8) Se comparan los resultados obtenidos de las sumatorias, en base a los siguientes parámetros:



- a) Si la sumatoria de la columna “Diferencia 2” es más baja que la “Diferencia 1”, indica que la decisión del grupo es de mejor calidad que la tomada individualmente.
- b) Si la sumatoria de la columna “Diferencia 1” es más baja que la “Diferencia 2”, indica el grupo no ha funcionado bien, lo cual puede deberse a causas como:
- No se reflexionó y discutió con argumentos lógicos las distintas opciones.
 - Algún miembro del grupo dominó la participación.
 - Otros que teniendo mejores ideas, no las dan a conocer, por timidez o egoísmo.
 - Dificultad en alcanzar consensos, produciendo reces dentro del grupo.
- 9) Se entrega a cada grupo la ficha de autoevaluación (Tabla 4), la misma que puede ser llenada en forma grupal o en plenaria.
- 10) Por último se dialoga con toda la clase sobre la dinámica, y las enseñanzas obtenidas.



Tabla 2: Matriz para desarrollar en la dinámica de la Nasa

<p><i>“Un grupo de cinco astronautas ha tenido un accidente con su nave espacial en la Luna y ha tenido que abandonarla. Tiene que recorrer a pie una distancia de 300 km hasta llegar a otra nave que les llevará a la Tierra. De todo el material que tenían en la nave sólo han podido aprovechar 15 objetos que encontrarán en el cuadro adjunto. Su supervivencia depende de saber decidir y seleccionar los objetos más imprescindibles y que más útiles les puedan ser para el trayecto a pie que tendrán que hacer hasta llegar a la otra nave, que se encuentra en la superficie iluminada de la Luna. De la preferencia que den a unos objetos o a otros depende la salvación del grupo de astronautas”.</i></p>					
ARTÍCULOS	CLASIFICACIÓN			DIFERENCI A NASA- INDIV.	DIFERENCI A NASA- GRUP.
	NASA	INDIVI DUAL	GRU- PAL		
1 Caja de cerillas					
1 lata de concentrado de alimentos					
20 m de cuerda de nylon					
30 m ² de seda de paracaídas					
1 linterna					
2 pistolas de 7,65 mm					
1 lata de leche en polvo					
2 bombonas de oxígeno de 50 l.					
1 mapa estelar (Constelación lunar)					
1 bote neumático con botellas de CO ₂					
1 brújula magnética					
20 l de agua					
Cartuchos de señales (arden en vacío)					
1 maletín de primeros auxilios, con jeringuillas para inyecciones					
1 receptor y emisor de FM, accionado por energía solar					
SUMAS					

**Tabla 3: Matriz de respuestas de la dinámica de la Nasa**

ARTÍCULOS	NASA	JUSTIFICACIÓN
1 Caja de cerillas	15	Inútil no hay oxígeno en la luna
1 lata de concentrado de alimentos	4	Necesarios para la alimentación
20 m de cuerda de nylon	6	Útil para arrastrar heridos
30 m ² de seda de paracaídas	8	Útil para protegerse del sol
1 linterna	13	Útil en la parte de la luna no iluminada por el sol
2 pistolas de 7,65 mm	11	Con ellas se puede intentar impulso por reacción
1 lata de leche en polvo	12	Alimento útil mezclado con agua
2 bombonas de oxígeno	1	Necesarias para la respiración
1 mapa estelar (Constelación lunar)	3	Medio necesario para orientarse en el espacio
1 bote neumático con botellas de CO ₂	9	Puede ser útil para superar simas
1 brújula magnética	14	Inútil porque no hay campo magnético en la luna
20 litros de agua	2	Para evitar la deshidratación
Cartuchos de señales (arden en vacío)	10	Útiles para que les puedan ver desde la nave
1 maletín de primeros auxilios, con jeringuillas para inyecciones	7	Muy útil en caso de accidentes
1 receptor y emisor de FM, accionado por energía solar	5	Muy útil para pedir ayuda y comunicarse con la nave

**Tabla 4: Matriz para autoevaluación en la dinámica de la Nasa**

CUESTIONARIO PARA LA AUTOEVALUACIÓN DEL EQUIPO
1) ¿Han participado todos en el trabajo del equipo?
2) ¿Ha habido alguien que haya intervenido demasiado?
3) ¿Ha habido alguien que haya bloqueado la participación de los otros miembros del equipo?
4) ¿Hablan todos a la vez?
5) ¿Todos escuchaban al que estaba hablando?
6) ¿Se desviaron del trabajo a hacer alguna vez? ¿Frecuentemente?
7) ¿Qué sistema utilizaron para tomar las decisiones: por consenso, por votación, ha habido alguien que ha impuesto su opinión...?
8) ¿Pidieron ayuda, cuando lo necesitaron?
9) ¿Han dado su ayuda cuando alguien se los ha pedido?
10) ¿Ha habido una buena relación entre todos los miembros del equipo?
11) ¿Están satisfechos con el trabajo que han realizado, se han conseguido los objetivos previstos?
12) ¿Qué dificultades han tenido?
13) ¿Cómo las han solucionado?
14) Conclusiones y sugerencias para el próximo trabajo en equipo

Fuente: <http://www.elizalde.info/wp-content/uploads/izapideak/CA-ACprograma.pdf>



c) Gane cuanto pueda

Objetivos: Observar los mecanismos de competición y cooperación que pueden darse en el seno de un grupo.

Aprender a valorar la cooperación como fórmula según la cual todos ganan.

Reflexionar en torno al tema de la cooperación, por los sentimientos provocados durante el juego.

Participantes: A partir de la adolescencia

Tiempo: 30 minutos aproximadamente

Materiales: Hoja

Lugar: Aula de clase

Procedimiento:

- 1) Se forman grupos de 4 o 5 estudiantes.
- 2) Cada grupo tiene una hoja, que la deben dividir en ocho partes.
- 3) Los grupos deberán elegir entre la “X” o la “Y”, para ello contarán con un tiempo limitado, que será establecido por el profesor. La letra elegida, será escrita en uno de los octavos de papel y entregada al profesor. Este procedimiento será repetido por tres veces más.
- 4) Una vez que todos los grupos han terminado, se procede a sumar los puntos obtenidos, a partir de la siguiente tabla:

**Tabla 7: Matriz para la dinámica “Gane cuanto pueda”**

LO QUE SACAN	LO QUE GANAN LAS X	LO QUE GANAN LAS Y	TOTAL
4X	+ 100		400
3X, 1Y	-100	+300	0
2X, 2Y	-200	+100	0
1X, 3Y	-300	+100	0
4Y		-100	-400

- 5) La evaluación del trabajo consistirá en reflexionar, si las decisiones que el equipo tomó, le sirvieron para ganar, o para perder y cuáles fueron los problemas que encontraron en el momento de llegar a los consensos, cómo pueden superar las diferencias.

Fuente:http://cse.coop/rosa/pdf/D03_UD_Educacion_Civico-politica.pdf

Técnicas para el trabajo grupal:

En esta sección, se describirán algunas de las técnicas grupales que han sido clasificadas como de producción, porque son utilizadas para que los estudiantes a través del trabajo grupal, logren mejorar sus conocimientos o construir nuevos aprendizajes, a partir del intercambio ideas con sus semejantes.

La utilización de una u otra técnica, dependerá de los objetivos planteados, de las características del grupo, del tiempo que se disponga y de la habilidad y preparación del docente, pero en todo caso se recomienda que el maestro busque la técnica más adecuada para su realidad, la planifique, la ponga en práctica y evalúe desde el punto de vista de su aplicación, como de la consecución de los objetivos.



a) El rompecabezas (jigsaw)³

Esta técnica fue diseñada en Estados Unidos, en la década de los setenta por el psicólogo Elliot Aronson y sus estudiantes de postgrado de la Universidad de Texas y de la Universidad de California, como una estrategia para resolver los conflictos sociales que se estaban presentando en las escuelas.

Los pasos a seguir para el desarrollo de esta técnica son los siguientes:

a.1) El profesor seleccionará un tema o contenido de su materia y lo dividirá en tantas partes como número de componentes tiene cada grupo original. Por ejemplo, si cada grupo está compuesto por cinco alumnos, descompondrá el tema en cinco partes. Cada parte debe contar con las instrucciones claras de las actividades a desarrollar por el estudiante a fin de que logre consolidar los aprendizajes, además deberá estar numerada.

a.2) Se forman los grupos originales, de cinco o seis estudiantes según las partes en que fue dividido el tema. Se aconseja que de preferencia todos los grupos tengan el mismo número de estudiantes y que su composición sea heterogénea en lo que tiene que ver con el género, etnia y rendimiento. En cuanto al rendimiento se sugiere que en cada grupo debe haber por lo menos un estudiante con alto rendimiento, uno con bajo rendimiento y los demás con rendimiento intermedio. Una vez formados los grupos a cada estudiante se le asigna un número (figura 6).

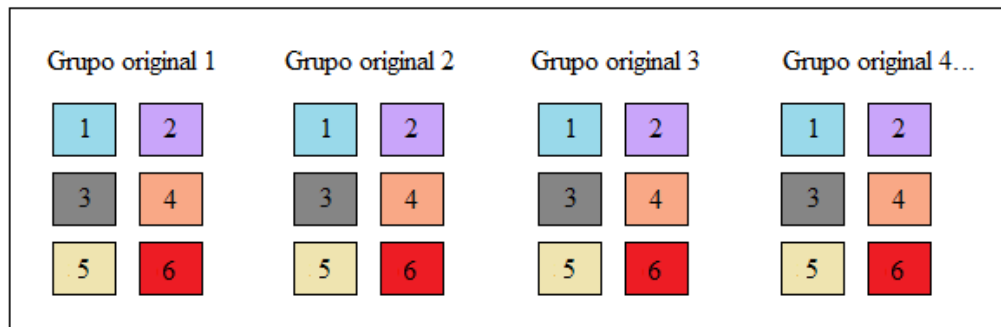
³ Adaptado de:

Universidad Politécnica de Madrid. 2008. 10 de Junio de 2013

<http://innovacioneducativa.upm.es/guias/Aprendizaje_coop.pdf>.



Fig. 6: Grupos originales antes de iniciar la técnica “el rompecabezas”(Universidad Politécnica de Madrid 10)



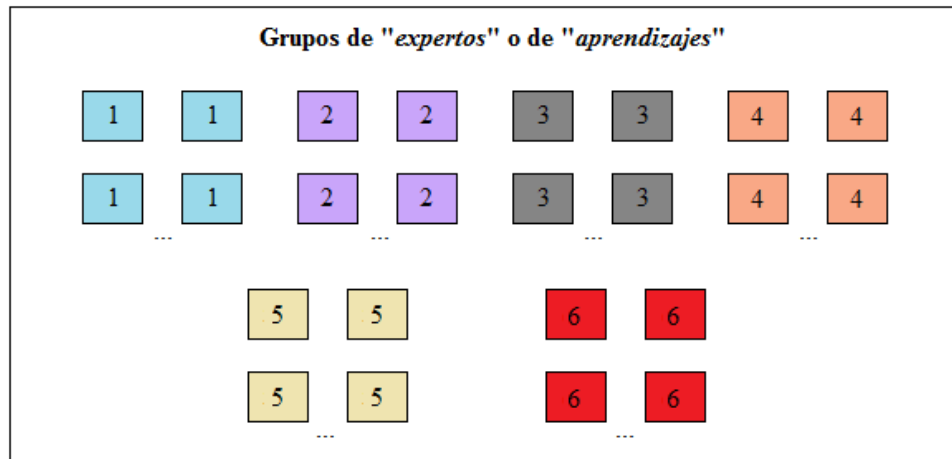
a.3) Una vez que se han formado los grupos originales, se explican los objetivos que se pretenden alcanzar, y se entrega a cada estudiante que tiene igual número, la parte correspondiente a ese dígito. Así por ejemplo, a los estudiantes que fueron designados con el número 1, les corresponderá la primera parte del tema, a los del número 2, la segunda parte y así sucesivamente.

a.4) La primera etapa de esta técnica consiste en que cada estudiante, debe estudiar individualmente la parte que le fue entregada, para ello dispondrán de un tiempo determinado aproximadamente 10 minutos.

a.5) A continuación se constituyen los grupos llamados de “expertos” o de “aprendizaje”, para ello, deben reunirse los alumnos que estudiaron la misma fracción del tema, es decir, se agrupan los números 1, los 2, los 3,... (Figura 7) En cada *grupo de expertos*, los estudiantes trabajarán el tema estudiado individualmente, hasta que todos los integrantes del grupo lo hayan entendido.

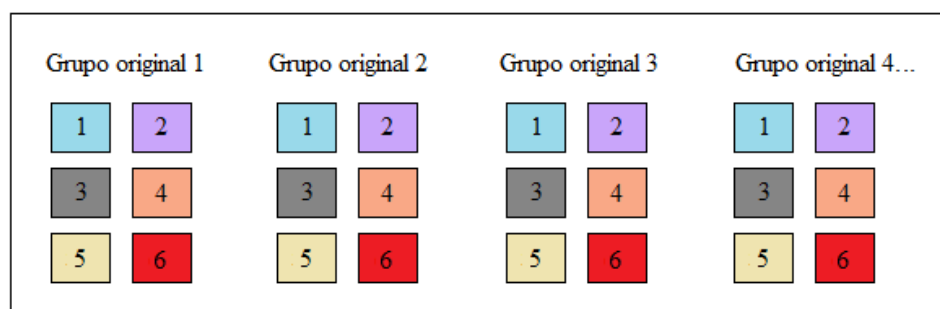


Fig. 7: Distribución de los estudiantes en grupos de expertos(Universidad Politécnica de Madrid 11)



a.6) Posteriormente, los estudiantes regresan a sus grupos originales, y de manera ordenada cada uno explicará su parte del tema a los demás, asegurándose que sus compañeros entienda la materia expuesta (figura 8).

Fig. 8: Reubicación de los alumnos luego del trabajo en los grupos de expertos(Universidad Politécnica de Madrid 11)



a.7) Una vez que cada estudiante termine su exposición, los grupos procederán a integrar la información recibida, a través de la elaboración de resúmenes, discusión de preguntas elaboradas por el equipo, etc., de



modo que, todos los integrantes logren una comprensión global de la materia tratada.

a.8) Finalmente, se concluye el trabajo con la evaluación, para lo cual, el maestro puede preparar un test referente a la materia estudiada, para que sea contestado en forma individual. Además el grupo debe hacer la autoevaluación sobre la técnica y el trabajo de los miembros.

b) Torneos de Equipos de Aprendizaje –TeamsGamesTournaments - (TGT) ⁴

Esta estrategia fue desarrollada en Estados Unidos en 1978, por D. DeVries y R. E. Slavin, en la Universidad John Hopkins de Baltimore, con la finalidad de resolver problemas relacionados con los valores que se presentan en las relaciones entre los alumnos; relativos a la heterogeneidad del aula; y las lagunas cognitivas que presentan los alumnos.

Esta técnica básicamente se fundamenta en la cooperación intragrupos a fin de lograr aprendizajes, los mismos que serán demostrados en distintas competencias con los otros grupos.

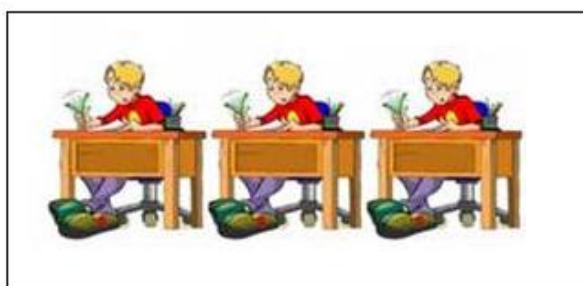
Los pasos a seguir para el desarrollo de este método son los siguientes:

b.1) La clase inicia con la explicación del profesor sobre la técnica con la que se va a trabajar y de los objetivos que se pretenden alcanzar.

⁴ Tomado de: Pujolàs, Pere. El Aprendizaje Cooperativo: algunas ideas prácticas Noviembre de 2003. 15 de Mayo de 2013
<http://www.deciencias.net/convivir/1.documentacion/D.cooperativo/AC_Algunasideaspracticas_Pujolas_21p.pdf >

- b.2) El siguiente paso es realizar una explicación general a todos los estudiantes sobre la materia.
- b.3) Se forma grupos de 4 o 5 estudiantes, de preferencia heterogéneos en lo que hace referencia a su nivel de rendimiento.
- b.4) Se entrega a cada grupo el material de trabajo, en el que constará la materia explicada por el profesor y las tareas a realizar.
- b.5) Inicialmente los estudiantes realizan la tarea en forma individual, para luego poner en común y consensuar las respuestas o explicar aquellas que no se entendieron.
- b.6) De torneos anteriores o de acuerdo al nivel de rendimiento, se forman los equipos para las competencias, cada grupo estará formado por tres estudiantes de grupos diferentes, pero que tengan más o menos las mismas capacidades (figura 9).

Fig. 9: Torneo de estudiantes con capacidades similares(Andreu, LlorençyMònica Sanz Torrent 134)



- b.7) Cada semana se realizaran los torneos, sobre los contenidos trabajados cooperativamente.
- b.8) Al inicio de la competencia a cada tríada se le entrega un grupo de fichas numeradas de acuerdo a las preguntas planteadas en la tarea, que



fue resuelta grupalmente. Las fichas pueden estar dentro de una caja o funda que no permitan ver los números.

b.9) Los alumnos participantes, uno a continuación del otro, escogerán una ficha, el profesor leerá la pregunta correspondiente al número escogido, la cual será respondida por el estudiante que este en el turno de participación. Si la respuesta dada es correcta, la ficha queda con el alumno, de no serlo deberá devolver la ficha a su recipiente. Los otros estudiantes que están compitiendo, partiendo del que está a la derecha, pueden contradecir la respuesta del primero, si creen que no es correcta. En el caso de que el estudiante que refutó tenga la razón se quedará con la ficha, caso contrario devolverá una de las fichas que ya haya ganado al recipiente.

b.10) El juego termina cuando se acaban todas las fichas. El miembro del trío que, al final del juego, tiene más fichas gana la partida y obtiene 6 puntos para su equipo; el que queda segundo, obtiene 4 puntos; y el que queda tercero, 2 puntos. Si empatan los tres, 4 puntos cada uno. Si empatan los dos primeros, 5 cada uno, y 2 el tercero. Si empatan los dos últimos, se quedan 3 puntos cada uno y 6 puntos el primero.

b.11) El profesor dará a conocer el equipo ganador, después de sumar los puntos que han obtenido cada integrante de los trío en los diferentes torneos.

**c) Divisiones de rendimiento por equipos –****StudentTeamsAchievementDivision - (STAD)⁵**

Este método fue creado en Estados Unidos por Robert Slavin en la Universidad de Johns Hopkings, en el centro para la Organización Social de la Escuela, en 1978, como una técnica basada en los mismos principios que el TeamsGamesTournaments, pero más sencillo y que sea de fácil aplicación, que reemplaza los torneos semanales por exámenes individuales.

El procedimiento para desarrollar esta técnica es el siguiente:

- c.1) Se forman grupos heterogéneos de 4 o 5 participantes.
- c.2) El docente da a conocer el tema o materia que se va a desarrollar, con las explicaciones y ejemplos que sean necesarios.
- c.3) Se entrega a cada grupo, tanto la materia explicada por el profesor, como la tarea a realizar. Dicha tarea deberá ser trabajada por los equipos durante varias sesiones, en las que se podrán realizar preguntas, comparar respuestas, discutir, ampliar la información, elaborar resúmenes, organizadores gráficos, y todas las actividades que conlleven a que los miembros de grupo dominen la materia y la tarea entregada.
- c.4) Al final de cada semana o dos, se aplica a los estudiantes un examen, el mismo que deberá ser resuelto sin la ayuda de los integrantes del grupo.
- c.5) Para determinar qué grupo es el ganador se utiliza un sistema denominado “rendimiento por divisiones” (achievementdivisions), que

⁵ Adaptado de: Pujolàs, Pere. El Aprendizaje Cooperativo: algunas ideas prácticas Noviembre de 2003. 15 de Mayo de 2013

<http://www.deciencias.net/convivir/1.documentacion/D.cooperativo/AC_Algunasideaspracticas_Pujolas_21p.pdf>



consiste en comparar las puntuaciones que han obtenido en esta prueba los seis alumnos que tuvieron mejor nota en la prueba del tema anterior, y el primero de este grupo - de su "división"- gana ocho puntos para su equipo, el segundo gana seis, y así sucesivamente. A continuación se comparan las puntuaciones en esta prueba de los seis alumnos siguientes que en la anterior sesión obtuvieron mejor nota- que forman otra "división"- el cual obtienen también para su equipo ocho puntos el primero, seis el segundo, etc.

Esta forma de asignar las puntuaciones, permite que los estudiantes sean evaluados por niveles de rendimiento similares, y no por la totalidad de los estudiantes. Si se quiere motivar aún más, se puede dar algunos puntos extras al grupo cuyos estudiantes obtuvieron mejores calificaciones que en las pruebas anteriores.

**d) Aprendizaje individual asistido por equipo –
TeamAssistedIndividuation- (TAI)⁶**

Esta técnica al igual que el TGT y el STAD, fue diseñada por Robert Slavin y sus colaboradores: Leavey y Madden en 1984, para atender exclusivamente a las necesidades que se presentaba en la asignatura de matemáticas. Se diferencia de las dos anteriores pues combina el aprendizaje cooperativo con la enseñanza individualizada, además que aquí no existe ningún tipo de competencia, todos los alumnos trabajan en un mismo tema, pero cada uno de ellos sigue una

⁶ Adatado de: Pujolàs, Pere. El aprendizaje cooperativo Algunas propuestas para organizar de Forma cooperativa el aprendizaje en el Aula Noviembre de 2003. 15 de Mayo de 2013
<http://www.deciencias.net/convivir/1.documentacion/D.cooperativo/AC_Propuestasorganizativas_Pujolas_39p.pdf>



planificación específica, de acuerdo a sus conocimientos previos y necesidades especiales.

Las actividades a desarrollar para trabajar con esta técnica se describen a continuación:

d.1) Antes de iniciar con el nuevo tema o contenido, se aplica a los estudiantes una prueba diagnóstica, que servirá para preparar la materia de acuerdo a las necesidades individuales de cada estudiante.

d.2) Se forman grupos base heterogéneos de 4 o 6 estudiantes y se entrega a cada uno, el Plan de Trabajo Personalizado, en el que deben constar los objetivos a alcanzar dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje, los contenidos temáticos y las actividades a desarrollar. A pesar que la materia tratada sea la misma, las actividades o tareas pueden ser diferentes, pues estas deben ser planificadas acorde a las necesidades especiales y a los conocimientos previos determinados en la prueba inicial.

d.3) El Plan de Trabajo Personalizado, se realizará dentro de los grupos base en pares o triadas. Cada estudiante es responsable de ejecutar su propio Plan y ayudar a los compañeros a cumplir con el suyo. Si entre las parejas o triadas no pueden realizar alguna de las actividades, deben solicitar ayuda a los otros integrantes del grupo. Si el grupo no consigue encontrar la solución, se puede solicitar la ayuda del profesor.

d.4) Adicionalmente, al Plan de Trabajo entregado por el maestro, cada grupo debe elaborar un *Plan de Equipo*, el cual estará dirigido a mejorar aspectos que tengan que ver con: la funcionalidad del grupo, la actitud de los integrantes, los niveles de participación y cooperación, o con aspectos



referentes a la presentación y producción del equipo. Los objetivos que el grupo se plantee pueden ser a nivel general o personal de cada estudiante.

A continuación se presenta una plantilla que puede servir para presentar el Plan de Equipo.

Tabla 9: Matriz para presentación del plan de equipo

PLAN DE EQUIPO		
Nombre (o número) del Grupo: _____ Curso: _____		
Año Lectivo: _____ Periodo: _____ Tema: _____		
Formado por:		
Nombre y apellidos	Rol que desempeña dentro del grupo	
Objetivos del grupo		Valoración
Compromisos Personales	Nombre y Firma	Valoración

Valoración final: _____	Firma del Profesor(a)
Fecha: _____	



d.5) Para la evaluación de cada alumno se tomará en cuenta dos aspectos: el primero hace referencia al cumplimiento individual del Plan de Trabajo Personalizado y los logros individuales alcanzados, para ello, el profesor una vez que termine el estudio del material entregado, tomará una prueba o lección individual. El otro aspecto a considerar es la consecución de los objetivos planteados en el Plan de Equipo, para lo cual se puede asignar un punto o medio punto por cada objetivo superado.

d.6) Una vez concluida la evaluación, el avance del grupo se puede ser reconocido por medio de puntos, diplomas, reconocimientos públicos, etc.

e) Investigación en Grupo –GroupInvestigation⁷

Esta estrategia fue diseñada en Israel, en la Universidad de Tel-Avid, por ShlomoSharan, YaelSharan y Rachel Hertz-Lazarowitz, en 1992; para ser utilizada en tareas de aprendizaje complejo. Con esta técnica se pretende fomentar en los estudiantes las capacidades de análisis y síntesis, que lleven a plantear distintas aplicaciones de los conocimientos.

La preparación y realización de estrategia se basa en los siguientes puntos:

e.1) Los grupos de trabajo pueden ser constituidos de 3 a 6 estudiantes, quienes deben tener interés común por el tema u subtema a investigar, pero diferirán en otros aspectos, como destrezas, conocimientos, género, etnia y rendimiento.

⁷ Adatado de: Pujolàs, Pere. El aprendizaje cooperativo Algunas propuestas para organizar de Forma cooperativa el aprendizaje en el Aula Noviembre de 2003. 15 de Mayo de 2013
<http://www.deciencias.net/convivir/1.documentacion/D.cooperativo/AC_Propuetasorganizativas_Pujolas_39p.pdf>



e.2) De acuerdo a la programación anual, el profesor prepara una serie de temas con sus respectivos subtemas, los mismos que posteriormente dará a conocer a los estudiantes, para que ellos escojan el tema a investigar. Si es necesario el maestro puede indicar brevemente de que se trata cada tema.

e.3) Al interior de los grupos formados, se reparten entre cada uno de los integrantes el o los subtemas que van desarrollar.

e.4) En base a los temas seleccionados cada equipo en coordinación con el maestro, proceden a elaborar el Plan de Trabajo.

e.5) El plan es ejecutado independientemente por los estudiantes, a través de una serie de actividades, las cuales deberán ser supervisadas por el profesor.

e.6) Una vez que se han realizado todas las actividades programadas, el grupo procede a elaborar el informe final, en el que deberá constar el procedimiento utilizado y los resultados obtenidos en la investigación. Posteriormente el informe será expuesto a todos los compañeros del aula, en donde se podrán plantear preguntas y responder a dudas o cuestiones que plantee el resto de alumnos.

e.7) Para la evaluación se tomará en cuenta tanto el trabajo en equipo, como la exposición. Si el docente lo desea se puede realizar también una evaluación individual.

**f) Co-op Co-op⁸**

Esta técnica fue diseñada en Estados Unidos por el Dr. Spencer Kagan, en 1985, para aumentar la participación de los estudiantes universitarios en el área de Psicología en el desarrollo de temas complejos. Esta técnica es similar al Grupo de Investigación, para su aplicación se deben seguir los siguientes pasos:

- f.1) Diálogo con los estudiantes, con el propósito de hacer que estos se involucren como parte activa del aprendizaje, y para determinar qué temas desean aprender o les parecen más interesantes o útiles.
- f.2) Se forman grupos heterogéneos, en género, cultura, etnia y rendimiento, de 4 o 5 estudiantes.
- f.3) De acuerdo a la discusión inicial, cada grupo selecciona el tema que este más acorde con sus capacidades e intereses.
- f.5) Al interior de los equipos, y con la guía del profesor, se establecen los subtemas en los que trabajarán en forma individual cada integrante del grupo.
- f.6) Luego del estudio individual de cada apartado, los miembros se juntan para uno por uno dar a conocer a todo el grupo sus investigaciones, resultados y conclusiones. Esta actividad debe estar orientada a que cada miembro del grupo entienda y asimile los nuevos conocimientos, para ello se deberán plantear preguntas, discutir las diferentes respuesta, establecer conclusiones, y si el tema lo amerita resolver ejercicios.

⁸ Adaptado de: Santos, Miguel, El Aprendizaje Cooperativo en la enseñanza universitaria, http://www.ice.uib.cat/digitalAssets/180/180395_act_32.pdf



f.7) Se procede a elaborar el resumen general del tema estudiado y a preparar la presentación que se hará a la clase y al profesor.

f.8) En la exposición del trabajo deben participar todos los miembros del grupo de forma activa. Para terminar con la exposición los grupos deben efectuar una serie de preguntas con sus valoraciones, las mismas que deberán ser contestadas por los compañeros de clase, esto servirá como un referente para la evaluación y autoevaluación del trabajo realizado.

f.9) El último paso es la evaluación, la cual es el resultado de, a) evaluar la exposición realizada por el grupo, a cargo del resto de la clase, b) la autoevaluación realizada por el grupo y c) de la evaluación del profesor: del producto del trabajo, y de la participación individual en la exposición.

g) Aprendiendo juntos –LearningTogether - (LT)⁹

Fue diseñada en Estados Unidos por los hermanos Roger T. Johnson y David W. Johnson, en la década de los setenta, tiene la finalidad de que todos los integrantes del grupo se conviertan en expertos en determinado tema, a través de la ejecución una única tarea.

Las fases para desarrollar esta técnica son:

g.1) El maestro enseña el tema, a toda la clase, como normalmente lo haría.

g.2) Se forman grupos heterogéneos de 4 a 6 estudiantes.

⁹ Adaptado de:

García, Alfonso y Yolanda Troyano. Aprendizaje cooperativa en personas mayores universitarias
22 de Mayo de 2010. 6 de Abril de 2012 <http://tumbi.crefal.edu.mx/rieda/images/rieda-2010-1/mirador_articulo1.pdf>.



g.3) A cada equipo se le entrega la actividad que deberá realizar, la misma que debe estar encaminada a la solución de problemas, o al aprendizaje de conceptos.

g.4) Bajo los principios establecidos por Roger T. Johnson y David W. Johnson para la cooperación, como la asignación de roles y la observación de los cinco componentes básicos del aprendizaje cooperativo¹⁰, los integrantes trabajan juntos, a fin de completar la tarea, asegurándose que todos la comprendan y puedan resolver.

g.5) El maestro debe visitar todos los grupos, a fin de supervisar que todos colaboren en la ejecución de la tarea, y para resolver algunos problemas que se presenten dentro del grupo.

g.6) La fase final consiste la evaluación, la misma que deberá ser grupal e individual. Para la calificación grupal se tomará uno de los trabajos del grupo y para el individual se aplicará una prueba individual a todos los estudiantes.

h) Tormenta o lluvia de ideas – Brainstorming - ¹¹

Esta técnica fue desarrollada en Estados Unidos en 1941, por el publicista Alex Osborn, para obtener ideas creativas que ayuden a mejorar la producción en los negocios. Años más tarde fue adoptada en la enseñanza como una de las técnicas más dinámicas y participativas, pues permite desarrollar y ejercitar la imaginación a través de la generación de creativas y de la búsqueda de

¹⁰ Los componentes fundamentales del aprendizaje cooperativo son: interdependencia positiva, interacción promocional cara a cara, responsabilidad individual y grupal, habilidades interpersonales y de manejo de grupos pequeños y procesamiento en grupo.

¹¹ Adaptado de: Tormenta de ideas 2010. 17 Junio de 2012

<http://www.fundibeq.org/opencms/export/sites/default/PWF/downloads/gallery/methodology/tools/tormenta_de_ideas.pdf>



soluciones colectivas a diferentes problemas en un ambiente de libertad. También se puede utilizar para indagar los conocimientos previos de los estudiantes, antes de tratar un tema nuevo.

Los pasos a seguir para el desarrollo de este método son los siguientes:

h.1) Se da a conocer el tema o problema a resolver. La situación que se va a tratar debe tener un espectro amplio de trabajo a fin de que todos o la mayoría de estudiantes puedan dar sus aportes.

h.2) Antes de que comiencen las participaciones, se indica las reglas que deben cumplir:

- Las ideas deben ser creativas.
- No se permiten críticas, ni comentarios a las ideas ajenas. Tampoco se pueden dar explicaciones a las propias ideas.
- Cuantas más ideas mejor, para ello las ideas ya presentadas puede ser sujetas a modificaciones, ampliaciones o combinaciones para crear nuevos pensamientos.
- Las aportaciones se harán por turnos.
- En cada turno se contribuirá con una sola idea.
- Si el estudiante que le toca el turno, no tiene su aportación puede “pasar”, pero debe estar listo para la siguiente vuelta.

h.3) Se inicia la intervención de los estudiantes, dando a conocer cómo será el orden de las participaciones, cada idea aportada será anotada en la pizarra, de manera que todos puedan tener una visión general de las ideas generadas. En el momento que decaiga la generación de ideas, se puede



hacer un breve análisis de las ideas ya anotadas, con el propósito de obtener algunas ideas más.

h.4) Cuando ya no existen más aportes, se proceda a evaluar las ideas obtenidas, empezando por eliminar las que están duplicadas, a continuación se explican aquellas que presenten alguna dificultad y por último se agrupan estableciendo criterios que faciliten el desarrollo de los trabajos posteriores.

Cuando se tienen cursos numerosos se sugiere, formar grupos de 4 a 6 estudiantes, a fin de que las ideas se generen a nivel de los grupos, para luego realizar una plenaria. Mas, si el maestro se decide trabajar con grupos debe estar consciente de que esta forma de trabajo puede hacer que se pierda creatividad, y se gane rapidez pues llevará menos tiempo su realización.

i) Philips 6 6¹²

Esta estrategia fue ideada en Estados Unidos, en 1948 por Donald J. Philips, del Michigan State Collage, con el propósito de elaborar e intercambiar información en un corto periodo de tiempo.

Las etapas de esta técnica son:

i.1) Se da a conocer el tema o actividad con la que se va a trabajar, indicando que el tiempo que tienen para realizarlo es de 6 minutos por grupo.

¹² Adaptado de: Facultad de Psicología de la Universidad Nacional de San Marcos. Método Philips 66. 28 de Julio de 2012. <<http://unmsm.tripod.com/grupos01.html>>



i.2) Se forman grupos heterogéneos de 6 estudiantes. Cada grupo debe contar con un coordinador, que será el encargado de verificar que todos participen y controlar el tiempo y con un secretario quien deberá anotar las conclusiones obtenidas por el grupo. Quienes serán elegidos al interior del grupo.

i.3) Para el desarrollo de la actividad, cada grupo dispone de 6 minutos, que serán utilizados para la participación individual de cada estudiante, la discusión de las ideas planteadas y la obtención de las conclusiones que serán anotadas por el secretario, quien presentará el resumen en el momento de la plenaria. Si es necesario, se puede dar un par de minutos más, para consensuar las conclusiones del grupo.

1.4) En el momento que se está llevando a cabo la actividad grupal, el profesor debe asegurarse que todos los miembros trabajen y los estudiantes que actúan de coordinar y secretario cumplan con sus roles.

i.5) Terminado el tiempo para el trabajo grupal, los secretarios dan lectura al resumen o a las conclusiones obtenidas por los equipos, el maestro anota en la pizarra los puntos fundamentales de cada intervención, los que servirán para elaborar el resumen final.

j) Trabajo entre pares

Esta técnica puede ser utilizada para iniciar a los estudiantes en el aprendizaje cooperativo, ya que es muy sencilla y no presenta muchas dificultades en su aplicación, pues como se nombre indica, basta con agrupar a los estudiantes de dos en dos. Las parejas formadas pueden ser de dos dimensiones: la primera será de estudiantes que tengan características similares en edad, habilidades,



destrezas o conocimientos, en este caso el aprendizaje se basará en una cooperación mutua, pudiendo darse el cambio continuo de roles, es decir, el alumno que asume el rol de *docente*, puede también asumir el rol de *alumno*, y viceversa, el estudiante que tenía el rol de *alumno*, puede ser *docente*. La segunda será de estudiantes que difieren en habilidades, rendimiento, edad, o destrezas, esta forma de agrupamiento se la ha denominado “tutoría entre iguales”, en donde el estudiante con mejor rendimiento, capacidades, destrezas o habilidades siempre tiene el rol de tutor o docente, y el alumno de menor nivel, asume el papel de estudiante o tutorado. Esta servirá para mejorar el nivel del curso.

Los hermanos Johnson y Holubec, proponen una serie de actividades para que los estudiantes trabajen entre pares, las mismas que se resumen a continuación:

1) Tomar notas entre pares:

En esta técnica se propone que después de aproximadamente 10 minutos, de cada explicación, los estudiantes en parejas revisen sus apuntes, a fin de completarlos con los datos de su respectivo compañero, de esta manera, ambos estudiantes tendrán el material completo para su estudio.

2) Hacer resúmenes junto con el compañero:

A fin de lograr que los estudiantes elaboren los resúmenes de la materia, se propone que el maestro, luego de terminar las exposiciones realice una serie de preguntas que deberán ser respondidas por los estudiantes en forma individual, luego entre pares procederán a: analizar, explicar, y comentar cada respuesta, lo que servirá para



elaborar una respuesta más elaborada, la misma que debe ser entendida por ambos estudiantes.

En el desarrollo del trabajo el docente debe supervisar a los estudiantes y ayudar para que se cumplan las instrucciones. Luego de terminado el trabajo, se puede solicitar a varios estudiantes que lean y expliquen sus respuestas.

3) Leer y explicar entre pares:

Cuando la clase se desarrolla con la ayuda de textos, se suele pedir a los estudiantes, leer el material entregado, explicar el contenido y realizar un resumen. En esta actividad lo que se propone es que en lugar de hacerlo en forma individual se lo realice entre pares, para ello:

3.1 Las parejas deben estar formadas por un estudiante que sepa leer bien y por otro que presente dificultades.

3.2 La lectura inicia primero con los subtítulos, lo que dará a los estudiantes una idea general del asunto que se trata.

3.3 Uno de los estudiantes comienza con la lectura en silencio del primer párrafo, y da su resumen, en tanto que el otro estudiante actúa como supervisor, quien debe escuchar atentamente y corregir algún error, para luego intercambiar los roles. Después de que ambos han dado su resumen, van estableciendo los puntos en común y tratando de explicar de lo qué se trata en el texto.

3.4 Se procede de igual manera en cada párrafo siguiente, hasta completar el material asignado. Luego de lo cual, los estudiantes, deberán estar en la capacidad de explicar la idea general del texto.



3.5 A manera de verificación del trabajo realizado, el profesor puede solicitar a los estudiantes que expliquen el texto leído.

4) Redactar y corregir cooperativamente entre pares:

Esta técnica es útil, cuando los estudiantes deben escribir un ensayo, un informe, una poesía, un cuento o comentar algo que hayan leído.

Los pasos que sigue este método son:

4.1 Se forman las parejas, en donde, al menos uno de los estudiantes lea bien.

4.2 El alumno A le cuenta al B, lo que piensa escribir, en tanto que el alumno B lo escucha atentamente, realizándole varias preguntas, a continuación realiza un esquema de las ideas dadas por A. El estudiante B entrega el esquema de ideas al A.

4.3 Se repite la actividad, pero ahora es B, quien le comenta sus ideas al estudiante A, para que este luego de escucharlo, le entregue el esquema de las ideas dadas por B.

4.4 Los estudiantes individualmente realizan las consultas necesarias para elaborar su redacción, informando a su compañero de algún material que le pueda servir y que este encontró en sus investigaciones.

4.5 El primer párrafo se lo realiza en forma conjunta, en tanto que lo demás se concluye en forma individual.

4.6 Una vez terminados los trabajos, el alumno A y el B intercambian sus trabajos, para que luego de ser leídos se puedan emitir sugerencias para ser mejorados.



4.7 Cada estudiante, realiza las correcciones respectivas a sus trabajos.

4.8 Vuelven a intercambiar las composiciones, para una última revisión, si ambos están de acuerdo que el trabajo está listo, ponen su firma en las dos redacciones.

4.9 La evaluación se la realiza en forma individual según la calidad de cada trabajo y grupal tomando en cuenta los errores cometidos por las parejas.

5) Ejercitar y repasar la lección en pares:

Esta técnica sirve para verificar que los estudiantes pueden dar y seguir instrucciones que han aprendido para trabajar en determinadas actividades.

La aplicación de esta técnica implica los siguientes pasos:

5.1 Se divide al grupo entre pares

5.2 El alumno A lee la primera actividad asignada y explica, paso a paso, los procedimientos y estrategias necesarias para realizarla. Por su parte el B verifica que las instrucciones dadas sean correctas e impulsa y orienta la actividad del estudiante A.

5.3 Para el siguiente punto, el alumnos A y B intercambian los roles.

5.4 Cuando la pareja resuelve las dos primeras actividades, se juntan con otro par de estudiantes y comparan los resultados. En el caso de existir diferencias se discuten a nivel de los cuatro estudiantes hasta conseguir una respuesta común, si los resultados coinciden se continúa el trabajo entre pares hasta terminarlo.



5.5 Para la evaluación, el profesor puede solicitar a determinados estudiantes que explique alguna de la tarea propuesta.

6) Resolver problemas matemáticos entre pares:

Por lo general las asignaturas que pertenecen a las ciencias exactas, son las que presentan mayor dificultad a los estudiantes, pues la aprobación de cada una de ellas involucra en gran parte la resolución de problemas, tanto en tareas, como pruebas y exámenes, provocando muchas veces que los estudiantes o la mayoría de ellos tengan miedo a las matemáticas, física y química. Miedo que se genera puesto que los estudiantes tienen dificultad en entender el problema, traducirlo al lenguaje matemático o en la aplicación del algoritmo.

Puesto que una clase está compuesta por estudiantes con capacidades diferentes, en esta técnica lo que se propone es iniciar la resolución de problemas con parejas heterogéneas, para que los estudiantes a medida que van trabajando juntos vayan resolviendo los problemas matemáticos y superando sus propias dificultades. Una vez que los alumnos se han vuelto diestros en el trabajo, se pueden redistribuir las parejas a tres o cuatro integrantes.

El procedimiento para el desarrollo de este método es:

6.1) Se forman las parejas de estudiantes heterogéneos, en cuanto a los conocimientos matemáticos de sus miembros y en los que al menos uno de ellos sepa leer bien.

6.2) El trabajo inicia con la lectura individual del problema, a fin de entenderlo, para ello pueden subrayar los aspectos más importantes,



determinar los datos e incógnitas, explicar el problema con sus propias palabras eliminando las partes que no sean necesarias para la resolución, o realizar una representación gráfica. A continuación cada pareja analiza, explica y comenta los trabajos individuales, para conjuntamente y en común acuerdo establecer lo que conocen o ignoran del problema.

6.3) Una vez que el problema ha sido entendido, se procede a buscar, seleccionar y aplicar una estrategia que lleve a su resolución. Los integrantes del grupo pueden ejecutar los procedimientos matemáticos, en forma alternada, es decir, uno de los estudiantes realiza el primer paso, explicando su fundamento, mientras que el otro, lo escucha atentamente, y ayuda o corrige si es necesario, en el segundo paso se intercambian los papeles, ahora le toca explicar al estudiante que escuchó.

6.4) Luego que ha concluido la parte procedimental y se han encontrado las soluciones, toca la fase de comprobación, en donde los estudiantes deben verificar que los resultados obtenidos representan efectivamente la solución del problema. Proceden de igual forma hasta completar toda la tarea.

6.5) Cuando han terminado todo el trabajo, ambos estudiantes ponen su firma, indicando así que están de acuerdo con la solución y pueden explicar cómo llegar a ella.



6.7) Para la evaluación se tomará en cuenta el trabajo grupal, y la participación individual de un estudiante, quien deberá explicar la resolución de un ejercicio.

k) Resolución de problemas:

En la actualidad con la resolución de problemas se pretende cambiar el proceso mecánico de la resolución, a través de la aplicación de determinadas reglas, por un proceso de desarrollo mental que se produce en la búsqueda de esa solución. Dentro de esta nueva concepción se destacan los trabajos realizados por: Poincaré, en su obra "Foundations of Science" en la que plantea cuatro fases que aparecerían al resolver problemas: la saturación (actividad consciente que implica trabajar en el problema hasta donde sea posible); incubación (el subconsciente es el que trabaja); inspiración (la idea surge repentinamente) y la verificación (chequear la respuesta hasta estar seguro de su veracidad). Hadamard en su libro "An essay on the psychology of invention in the mathematical field", amplía las ideas propuestas por Poincaré, proponiendo que las fases del proceso para la creación son: la documentación (informarse y leer previamente, escuchar y discutir); la preparación (realizar un proceso de ensayo-error sobre vías e hipótesis, considerando un cambio de actividad cuando no exista ningún progreso); la incubación (al cambiar de actividad); la iluminación (ocurre la idea repentina); la verificación (la idea debe someterse al análisis y comprobación, al juicio crítico) y la conclusión (ordenación y formulación de los resultados). El matemático Polya publica el libro "How to Solve It", el mismo que marca una nueva concepción acerca de la resolución de problemas, la misma que se basa en cuatro fases: la comprensión del problema, la concepción de un plan; la ejecución del plan y la



visión retrospectiva, cada una de ellas consta de una serie de reglas heurísticas que encaminan a cada una de las siguientes fases. Luego del trabajo de Polya podemos encontrar a Schoenfeld quien establece las siguientes fases para la resolución de problemas: análisis y comprensión, diseño y planificación y verificación de la solución. También esta Müller quien plantea los siguientes pasos: orientación, elaboración, realización, y evaluación. Junk establece en cambio: orientación hacia el problema, trabajo en el problema, solución del problema y evaluación. Por su parte JhonDewy señala las siguientes fases: Se siente una dificultad: localización de un problema, se formula y define la dificultad: delimitar el problema en la mente del sujeto, se sugieren posibles soluciones: tentativas de solución, se obtiene consecuencias: desarrollo o ensayo de soluciones tentativas y se acepta o se rechaza la hipótesis. Por último Miguel de Guzmán propone el siguiente modelo: Familiarizarse con el problema, buscar estrategias, llevar adelante las estrategias y revisar y sacar consecuencias de él.

Resolución de problemas en grupos pequeños:

De la lectura de los párrafos anteriores, se puede ver que existen diferentes estrategias para conseguir la resolución de problemas, según su autor, pero si se las analiza en conjunto se puede concluir que entre ellas no existen grandes diferencias, entonces cualquiera de ellas puede ser utilizada para el trabajo en grupos.

Cabe señalar que para que la solución de problemas cumpla con el objetivo de producir nuevos aprendizajes y/o reforzar los ya existentes, es importante plantear problemas que no sean solo aplicación de una determinada fórmula o de un



algoritmo, sino problemas que permitan a los estudiantes razonar, establecer conjeturas, buscar relaciones, en definitiva que necesiten de una actividad mental permanente.

En el documento “¿Cómo desarrollar las clases de matemáticas centrada en la resolución de ejercicio? De Fredy Gonzales, podemos encontrar una exposición de cómo llevar a cabo este proceso para grupos de trabajo.

Fredy Gonzales, manifiesta que al juntarse los estudiantes en pequeños grupos para resolver problemas matemáticos, el grupo se convierte en una micro comunidad matemática en cuyo seno se desarrollan las siguientes actividades:

- 1) Intercambio de opiniones
- 2) Proposición de ideas diversas para resolver los problemas planteados.
- 3) Activación de procesos, tanto del pensar matemático (trabajar con propiedades y establecer relaciones con una definición), como cognitivos (visualizar).
- 4) Evaluación de planes de ataque propios y de sus compañeros.
- 5) Revisión retrospectiva de planes ejecutados y de procesos de resolución desarrollados.
- 6) Reflexión autocrítica en torno a su propio accionar como resolvedores de un problema en particular.

Gonzales, sugiere que las fases para llevar adelante la resolución de problemas a través del trabajo grupal serían las siguientes:

- a) Familiarización:



Inicia con la comprensión del problema, en donde los estudiantes intentan establecer relaciones, identificar los conceptos matemáticos que intervienen en el problema, buscar similitudes con algún otro problema, dilucidar las preguntas planteadas y generar ideas que podrían llevarles a la solución requerida. Estas actividades se las pueden llevar a cabo a través de la técnica lluvia de ideas.

b) Evaluación del Plan:

A partir de la comprensión del problema, los estudiantes plantean diversas estrategias en busca de la solución al problema planteado. Por lo que esta fase consiste en analizar cada una de las ideas generadas, sin descartar ninguna de ellas, a pesar de que no parezca tener “pies ni cabeza”. Para lo cual cada estudiante tendrá la oportunidad de explicar su propuesta, los demás integrantes deberán escucharlo atentamente, y luego podrán hacer preguntas o dar su opinión, para luego entre todos determinar si lo propuesto es aplicable o no.

c) Ejecución:

Esta etapa consiste en llevar a cabo el plan escogido, es decir realizar los gráficos, traducir el problema a lenguaje matemático y realizar cálculos matemáticos necesarios.

Al inicio de la actividad es importante recordar a los estudiantes, que por más bueno que parezca un plan, este no siempre puede conducir a la solución del problema, por lo que no deben desanimarse, más bien deben continuarlo intentando, para ello pueden optar por otro plan o volver a la



etapa de familiarización a fin de determinar si el problema fue comprendido realmente.

d) **Revisión:**

Esta fase consiste en analizar las respuestas de los problemas, verificar si responden o no a las preguntas planteadas, si a partir de la solución obtenida se puede llegar a generalizaciones, etc. Pero también se debe evaluar el trabajo realizado como grupo a fin de afirmar los aciertos y determinar los errores para que no se vuelvan a repetir.

l) **La modelación matemática:**

Para Villa-Ochoa et al (2009) “El proceso de modelación matemática es considerado como una actividad científica en matemáticas que se involucra en la obtención de modelos propios de las demás ciencias” (ctd en Mesa 7) RECOMEN considera el proceso de modelación matemática como: “...el estudio de fenómenos o situaciones cotidianas, sociales y culturales de los estudiantes como de otras ciencias o disciplina académicas. Dicho proceso de estudio involucra el uso y/o la construcción de modelos y otras herramienta matemáticas con las cuales puede ofrecerse una comprensión del fenómeno y/o resolver el problema” (Villa-Ochoa 3)

Camarena (2009, p 20) define como modelación matemática “el proceso cognitivo que se tiene que llevar a cabo para llegar a la construcción de las relaciones matemáticas que describen un fenómeno, objeto o problemas, cumpliéndose con condiciones de analogía” (ctd Redalyc 264)

Para Joan Gómez, “la modelación matemática consiste en formular un problema real en términos matemáticos, resolverlo si es posible e



interpretar los resultados en los términos del problema y de la situación estudiada”(Sierra, Blanco y Garcia-Raffi 3)

MorgenNiss, define la “modelación matemática como el arte de aplicar las matemáticas a la vida real” (Sierra, Blanco y Garcia-Raffi)

De las definiciones podemos concluir que la modelación matemática involucra un problema o situación real, que debe ser expresado matemáticamente, en busca de soluciones que tengan significado dentro del contexto en el que se desenvuelve el estudiante y cuyos resultados puedan ser verificados.

De las diferentes definiciones de modelación matemática, se han originado dos posturas para la implementación de esta estrategia en el aula de clase, la primera trabajada por Aravena, Caamaño, y Giménez (2008), Borba, Meneghetti, y Hermini, (1997) o Borba y Villarreal (2005) hace referencia a que el alumno sea el centro del proceso, pues es el quien establece los problemas que se van a modelar acorde a sus intereses y necesidades, pero siempre con la guía del profesor, y la otra es que el profesor propone una serie de situaciones para que los estudiantes escojan las que van a modelar de acuerdo a sus capacidades, los defensores de esta posición son Villa-Ochoa, 2007; Villa-Ochoa y Jaramillo, 2011; Biembengut y Hein, 2004.

Así también la implementación de la modelación matemática ha dividido a sus defensores en dos grupos, el primer grupo defiende la modelación como un proceso para enseñar nuevos conocimientos matemáticos, para ello se debe preparar un problema real en el que intervengan todos los temas que corresponde a la programación curricular del año, algunos de los autores que defienden este



argumento son: Kaiser, Messmer, Lange, Treffers, VernTreiliks, Barreto, Bassanezi, este último sostiene que “trabajar con modelaje matemático en la enseñanza no es sólo una cuestión de ampliar el conocimiento matemático, sino sobre todo, de estructurar la manera de pensar”(Beimbengut y Hein 5). El segundo grupo sostiene que la modelación matemática sirve para reforzar los conocimientos previos y los que se van adquiriendo durante el transcurso de la clase, por lo que la modelación matemática debe utilizarse como un complemento dentro del proceso de enseñanza, los que mantienen esta posición la fundamentan en factores como la falta de tiempo para acompañar a los estudiantes en el desarrollo de la modelación tanto dentro como fuera del aula, lo extenso del currículo, y las dificultades que pueden tener los estudiantes para encontrarse fuera del aula, entre los que defienden esta postura podemos encontrar a Greenman, Hall, Burkhart, Oke, Clement, quienes sostienen que: “la condición para poder hacer el modelaje de una situación es que el alumno debe tener conocimiento de la matemática que será utilizada. O sea, se debe enseñar, primero, los conceptos matemáticos indispensables y después proseguir con el proceso de modelaje”, de igual manera Burghes y Huntley sostienen que: “no debe ser el camino utilizado para aumentar el conocimiento matemático, si no sólo para mejorar la habilidad de aplicar la matemática a situaciones prácticas”(Beimbengut y Hein 5)

Antes de iniciar la modelación matemática en la clase, se sugiere que se presente un ejemplo completo de lo que se va a realizar, a fin de que los alumnos tengan una idea clara de lo que quiere el profesor, el ejemplo debe ser muy didáctico de



manera que los estudiantes se motiven e interesen por el trabajo que deben efectuar.

Al ser una estrategia grupal se debe iniciar con la formación de los grupos, los autores, sugieren que los equipos sean de tres o máximo de cuatro estudiantes, formados por libre elección, pero con algunos parámetros que orienten su conformación, como la disponibilidad de tiempo, situación geográfica, gustos, capacidades, etc. Una vez conformados los grupos las etapas o fases propuestas por María Salett Beimbengut y Nelson Hein, que se deben seguir para llevar a cabo esta estrategia son:

Etapas cuando el profesor elige el tema:

1) Elección del tema:

El tema que se elija para ser modelado puede ser para todo el año, en tal caso debe involucrar todo el contenido o pueden existir dos en el año. Previo a la elección del tema el profesor debe realizar una investigación, encaminada a establecer diferentes problemas a ser modelados que se enmarquen dentro de los conocimientos que se desean enseñar y que estén acorde a los intereses de los estudiantes, de esta manera podrá preparar una presentación que motive a los estudiantes a interesarse por el tema en cuestión, pudiendo utilizar lecturas, videos, datos de revistas, resultados de encuestas, etc., la idea es lograr que los estudiantes se queden con ganas de saber más, esto provocará que comiencen a generar preguntas que luego serán trabajadas en la modelación.



2) Delimitación del tema:

De las preguntas generadas en la exposición del problema, se escogen una o más preguntas que sirvan para lograr los objetivos planteados. A fin de que los estudiantes conozcan más acerca del tema se puede solicitar que realicen investigaciones bibliográficas o a través de consultas a personas especializadas en el tema. Si la modelación matemática se la aplica en educación básica, el profesor puede invitar a los especialistas para que dialoguen con los estudiantes.

3) Formulación del problema:

Es la traducción del problema al lenguaje matemático, para ello los estudiantes deben clasificar la información, organizar los datos, determinar cuáles son las variables que intervienen, y cómo estas se relacionan; todo esto se reflejara en el planteamiento de hipótesis o ecuaciones.

4) Desarrollo del contenido pragmático:

En esta etapa se presentan los conocimientos matemáticos que se van a desarrollar y como estos se relacionan con el problema que se ha planteado.

5) Presentación de ejemplos análogos:

La presentación de ejemplos semejantes al problema planteado, puede ayudar a aclarar algún aspecto del tema que se está trabajando o puede servir para demostrar que los conocimientos que se están desarrollando tienen otras aplicaciones.



- 6) Formulación de un modelo matemático y resolución del problema a partir del modelo:

En esta etapa se pone en juego los conocimientos y habilidades que tengan los estudiantes tanto en matemáticas como en el uso de instrumentos tecnológicos como calculadoras o computadoras, pues es aquí en donde se establecerá el modelo matemático que conduce o puede conducir a la solución del problema, y obtener la solución buscada.

- 7) Interpretación de la solución y validación del modelo:

Esta fase corresponde a la evaluación, aquí se debe analizar si los resultados satisfacen a la situación planteada, de no ser así se debe volver al planteamiento del problema, cambiando las hipótesis planteadas al inicio.

Si la solución cumple con los requerimientos planteados, se concluye el trabajo con un informe y la exposición para toda la clase.

Etapas cuando el estudiante elige el tema:

- 1) Elección del tema:

Cada grupo con la guía del profesor escoge uno más temas de acuerdo a sus intereses, para conocer más sobre el tema y obtener los datos necesarios se solicita a los estudiantes realizar una serie de investigaciones previas sobre diferentes temas, luego en el aula se van analizando las investigaciones realizadas, dando los pro y los contra de cada una de ellas, así como las dificultades o facilidades que pueden existir para la ejecución del trabajo a cumplir.



Para iniciar con la modelación matemática se recomienda que el problema a modelar sea el mismo o que cada uno de ellos tenga correlación, pues de existir diversos temas será más dificultoso para el profesor realizar el seguimiento y brindar ayuda, primero por el tiempo que dispondría para cada grupo y luego por el contenido matemático que tiene que dominar para cada tema.

2) Familiarización con el tema que va a ser modelado:

Después del análisis realizado al interior de cada grupo, se escoge uno de los temas planteados, si es necesario se puede volver a revisar el material investigado o ampliar aún más la investigación. Ahora estas investigaciones estarán encaminadas a recolectar datos, los mismos que pueden ser obtenidos a través de libros, revistas periódicos, entrevistas con especialistas o de la experimentación.

3) Delimitación del tema y la formulación:

Las investigaciones realizadas servirán también para formular el problema, es decir, establecer las preguntas que guiarán el proceso de modelación. En este momento se recomienda que el profesor presente a los estudiantes, ejemplos sobre la modelación de problemas, los mismos que pueden estar o no relacionados con el tema que se está trabajando, lo cual servirá para que los estudiantes puedan establecer analogías o servir como base para el trabajo a realizar.

4) Elaboración de un modelo matemático, resolución y validación:

Para la construcción del modelo matemático, cada grupo deberá establecer las hipótesis, identificar las variables que intervienen en el



tema, y sus relaciones; con la ayuda de diagramas, tablas y/o gráficas se plantearán las ecuaciones matemáticas. A continuación se procede a analizar la respuesta encontrada, verificando si da respuesta a las interrogantes planteadas, comprobando si a través de ella se pueden obtener los datos iniciales, y por último se plantea una solución general.

5) Organización del trabajo escrito y exposición oral:

En esta última etapa los grupos deben preparar el material que será utilizado en la presentación de su trabajo frente al profesor y a los demás grupos.

Como se puede advertir trabajar con la modelación matemática no es una actividad que se la pueda realizar en una hora o en una semana de clases, y solo en el aula; sino que involucra un trabajo dentro y fuera del aula; mismo que debe ser acompañado constantemente por el profesor, a través de sesiones de tutorías tanto grupales como individuales, dentro y fuera del horario de clases. Por otro lado, a fin de evidenciar los avances, logros y dificultades presentadas durante el desarrollo del trabajo es importante que tanto el maestro como los alumnos lleven una especie de diario, en donde se anotaran todas las novedades que se registren, luego en el momento de la evaluación, se revisará el diario para destacar los logros y reflexionar sobre los errores cometidos.

Evaluación del trabajo grupal:

Dentro de la actividad educativa uno de los procesos que presenta mayor conflicto a los profesores es la evaluación, situación que se evidencia cuando se habla de cursos de capacitación o actualización, la mayoría se inclina por talleres o



seminarios que tengan que ver con la evaluación. Pero por qué se da esta situación, una de las posibles causas, podría ser que, la evaluación tiene que ver directamente con la promoción de los estudiantes, si el alumno es promovido aparentemente todo está bien, pero si reprueba, la culpa por lo general es del profesor, lo que genera una serie de eventos que involucra ya no solo directamente al maestro y al estudiante, sino a representantes, Autoridades de la Institución e incluso a otras instituciones.

Otra preocupación que se presenta al hablar de evaluación es intentar dar las respuestas correctas a las preguntas: ¿Qué, cuándo, cómo y para qué evaluó?, cada profesor según su idea de evaluación puede dar un sin número de soluciones, ante lo cual es necesario buscar una definición de evaluación, que pueda ayudarnos a responder a todas o la mayoría de las preguntas planteadas, luego de la revisión bibliográfica de las diferentes definiciones, aquí se presenta una que puede ayudarnos a entender que mismo involucra la palabra evaluación.

*“La evaluación es una oportunidad para: 1) regular las estrategias didácticas en función de los conocimientos, e ideas previas de los alumnos; 2) advertir donde han estado los errores y elegir nuevas estrategias y actividades para ayudar al alumno en el aprendizaje que aún no ha logrado construir; y 3) realizar correcciones y ajustes en las estrategias de acuerdo a los logros obtenidos en función de los objetivos propuestos. Cada una de estas **tres finalidades** de la evaluación, se corresponde a su vez con un tipo de evaluación diferente: **la evaluación diagnóstica, la evaluación permanente de proceso y la evaluación de resultados**”(Bixio 102)*



Evaluación diagnóstica o inicial:

A través de la evaluación inicial se pueden determinar: los conocimientos científicos y en qué nivel están los estudiantes, la capacidad para desarrollar relaciones interpersonales, los intereses personales, los estilos de aprendizaje, las expectativas sobre la asignatura, etc., por ello puede ser practicada en forma permanente, es decir al inicio del año lectivo, de un nuevo bloque, de un tema o de cada día.

Dentro del ámbito del trabajo grupal, que es el motivo de nuestro estudio, la evaluación diagnóstica, toma un mayor grado de relevancia pues, su aplicación cotidiana nos permitirá verificar como está funcionando el grupo en cuanto al alcance de los aprendizajes, la cohesión del grupo, y la solución de conflictos, entre otros.

Al respecto los hermanos Johnson y Holubec, sostienen: *«Los grupos de aprendizaje cooperativo brindan una oportunidad excepcional para hacer un diagnóstico inmediato del aprendizaje de los alumnos, para obtener retroalimentación inmediata de parte de los pares y para corregir al instante los problemas de comprensión de los estudiante»*. (Holubec, Johnson y Johnson 120)

La evaluación diagnóstica, puede ser realizada a través de pruebas escritas, preguntas orales, pautas de observación, cuestionarios, etc. Los resultados de la aplicación de estos instrumentos, no servirán para asignar calificaciones, sino para que el grupo pueda determinar los logros alcanzados y las fallas o errores cometidos durante el proceso de aprendizaje, para luego buscar nuevas



estrategias, plantear objetivos y corregir errores, lo cual repercutirá en el mejoramiento del rendimiento.

Evaluación permanente de procesos:

Esta evaluación se la realiza durante el desarrollo de las estrategias metodológicas seguidas para conseguir nuevos aprendizajes, reforzar o ampliar los ya existentes o retroalimentar los conocimientos que no han sido alcanzados.

En el trabajo grupal, no solo es importante que los estudiantes evalúen las técnicas utilizadas para los conseguir los aprendizajes, también es importante que puedan realizar un análisis de la dinámica grupal como tal, es decir, examinar: su desempeño y el de sus compañeros dentro del grupo, el cumplimiento y utilidad de los roles asignados, los logros personales alcanzados, el ambiente dentro del grupo, etc. Por lo que en la evaluación permanente de procesos, a más de la evaluación que realiza el profesor, denominada heteroevaluación, intervendrán los otros tipos de evaluación: la autoevaluación y la coevaluación.

Heteroevaluación:

A fin de evaluar el funcionamiento del grupo, el profesor puede utilizar la técnica de la observación, para lo cual deberá elaborar una ficha de observación por grupo. En la elaboración de la guía de observación, el profesor debe tener especial cuidado en que los criterios que se establecen sean muy concretos, de manera que no se presenten subjetividades.

Al iniciarse las actividades, se debe informar a los grupos que se evaluará el funcionamiento del mismo a través de fichas de observación, las que serán



llenadas por el profesor, conociendo sus resultados una vez terminada la actividad, para su análisis y reflexión.

A continuación, se presentan ejemplos de matrices para llevar a cabo la observación:

Tabla 10: Matriz de registro de observaciones para el profesor, ejemplo 1

CURSO: _____ PARALELO: _____ GRUPO: _____ ASIGNATURA: _____ FECHA: _____	
ACTIVIDAD: _____	
Criterio/comportamiento observable	Puntaje (de 0 a 2)
Todos los miembros están presentes.	
Antes de realizar la tarea discuten acerca del mejor camino para llevarla a cabo.	
No interviene o participa sólo una(s) persona(s) en la discusión y/o tarea.	
Se escuchan activamente entre sí (atienden al otro mientras habla, acogen las preguntas de los demás, debaten asertivamente, critican las ideas y no las personas...)	
Manejan adecuadamente los conflictos (los hacen explícitos, discuten acerca de las soluciones posibles, toman decisiones al respecto)	
Propician un clima de equipo agradable (de tolerancia, respeto, buen trato)	
Se dividen el trabajo de manera proporcional de modo que todos los miembros estén realizando parte de la actividad.	
Antes de entregar la tarea y/o producto, todos los miembros del equipo lo revisan y plantean modificaciones y sugerencias.	
TOTAL:	

FUENTE: Pease, María, Evaluación en el Trabajo en Equipo

**Tabla 11: Matriz de registro de observaciones para el profesor, ejemplo 2**

CURSO: _____ PARALELO: _____ GRUPO: _____ ASIGNATURA: _____ FECHA: _____	
ACTIVIDAD: _____	
Porcentaje de Conducta	0%, 25%, 50%, 75% y 100%
La comunicación mantenida es fluida.	
Están interesados en la tarea.	
Tienen en cuenta conocimientos previos.	
Controlan el tiempo.	
Son capaces de resolver los conflictos por sí mismos	
Toman decisiones consensuadas.	
Interactúan con otros grupos.	
La participación se reparte de manera equilibrada.	
Dedican el tiempo a realizar la tarea asignada en la asignatura.	
Toman notas o llevan algún tipo de registro de la sesión.	
Preguntan al profesor cuando tienen alguna duda.	

FUENTE: Iborra, Alejandro; Izquierdo Mónica, ¿Cómo afrontar la evaluación del aprendizaje colaborativo? Una propuesta valorando el proceso, el contenido y el producto de la actividad grupal.



Coevaluación:

Esta evaluación está a cargo de los estudiantes, quienes evaluarán a sus compañeros de grupo en aspectos relacionados con su participación, colaboración y comportamiento durante el desarrollo del trabajo, los resultados que se obtengan servirán para que los estudiantes reflexionen sobre los aspectos que deben mejorar o cambiar.

Para llevar a cabo la coevaluación se puede proceder de dos maneras: la primera es a través de un instrumento donde todos evalúen a todos, en la segunda la coevaluación consiste en que a cada miembro del grupo se le asigne un compañero para que lo evalúe, en este caso se debe evitar que los estudiantes sepan quien le va a evaluar, lo cual servirá para evitar que una vez que se socialice los resultados se presente conflictos.

Las siguientes tablas se presentan como ejemplos de instrumentos que servirán para llevar a cabo la coevaluación.

**Tabla 12:Matriz para la coevaluación**

CURSO: _____ PARALELO: _____ GRUPO: _____					
ASIGNATURA: _____ FECHA: _____					
ACTIVIDAD: _____					
NOMBRE DEL ESTUDIANTE EVALUADO: _____					
NOMBRE DEL EVALUADOR: _____					
INSTRUCCIONES:					
1. Lea cuidadosamente cada uno de los enunciados planteados, y luego marque con una X según la apreciación que tenga de su compañero.					
ENUNCIADOS	Siempre 5	Casi siempre 4	Algunas veces 3	Rara vez 2	Nunca 1
Esta dispuesto a ayudar a sus compañeros.					
Es respetuoso con sus compañeros.					
Realiza los trabajos que el equipo le asigna.					
Trae los materiales para la realización del trabajo.					
Participa en las actividades.					
Copia el trabajo de los demás.					
Propone ideas para el grupo					
Discute sin enojarse					
Propone ideas al grupo					
Sabe escuchar					

FUENTE: De la Fuente, G P. Herramientas para evaluar en el enfoque por competencias



Tabla 13: Matriz para la coevaluación, ejemplo 2

CURSO: _____ PARALELO: _____ GRUPO: _____
ASIGNATURA: _____ FECHA: _____
ACTIVIDAD: _____
INSTRUCCIONES: Evaluar con notas del 1 al 7 a los compañeros

	Nombre	Nota
Alumno 1		
Alumno 2		
Alumno 3		
Alumno 4		

Indicadores	Alumno 1	Alumno 2	Alumno 3	Alumno 4
Fue responsable en la entrega de materiales				
Compartió ideas y opiniones con los compañeros				
Respeto las críticas e ideas de sus compañeros				
Mantuvo un espacio de trabajo limpio y ordenado				
Motivo el trabajo en equipo mediante diferentes actitudes con sus compañeros				
Total				

FUENTE: Díaz Camila. Rúbrica proceso autoevaluación y coevaluación



Autoevaluación:

La autoevaluación consiste en la evaluación que el alumno hace de su propio aprendizaje y de los factores que intervienen. Provee una evidencia muy valiosa concerniente a la percepción del estudiante de sí mismo y de cómo quiere que los otros lo vean. Puede usarse para dar información acerca del comportamiento del estudiante que el profesor no es capaz de observar, como por ejemplo, información sobre el estudiante fuera del aula: libros que ha leído, intereses, pasatiempos, etc., y por otro lado, también información acerca del pensamiento de los estudiantes: preocupaciones, sentimientos y opiniones.

La autoevaluación permite la autorregulación, una de las habilidades del pensamiento crítico. Entonces, el estudiante auto-examina y corrige su pensamiento, y este proceso le ayudará a ver sus errores y quizá a darse cuenta de la forma o formas de solucionarlos.

Se puede dar el caso de alumnos demasiado críticos para juzgarse, así como los alumnos que se juzgan demasiado positivos, pero a los dos tipos hay que orientarles hacia la moderación y la objetividad. La tarea consiste en que aprendan a emitir juicios de valor y a desarrollar su capacidad crítica. Si nuestra meta es que los alumnos aprendan aprender, debemos también enseñarles a autoevaluarse (“La Evaluación” 12)

A continuación se presentan algunos ejemplos de matrices que servirán para llevar a cabo la autoevaluación.

**Tabla 14: Matriz para autoevaluación, ejemplo 1**

CURSO: _____ PARALELO: _____ GRUPO: _____					
ASIGNATURA: _____ FECHA: _____					
ACTIVIDAD: _____					
ALUMNO: _____					
Escala de valores: 1 = Nunca; 2 = Regularmente; 3 = Casi siempre; 4 = Siempre					
CRITERIOS	1	2	3	4	TOTAL
Escucho en silencio a los otros miembros del grupo					
Espero que el otro termine antes de hablar					
Hago comentarios y presento ideas sobre el tema					
Si no estoy de acuerdo, no me enojo					
Trato de fusionar mis ideas con otras ideas					
Aliento a otros miembros del grupo					
Hago preguntas a otros miembros del grupo cuando tiene problemas de comprensión					
Participo en el proceso de resolución de problemas					
Cumplo con el rol que me asigna el grupo					
Mantengo al grupo centrado en el tema, en el tiempo asignado para la actividad					
Puntaje total:					
Nota final:					

FUENTE: Rué, Joan
Evaluar la formación mediante competencias: “cooperar en el aprendizaje”

**Tabla15:Matriz para autoevaluación, ejemplo 6**

CURSO: _____ PARALELO: _____ GRUPO: _____					
ASIGNATURA: _____ FECHA: _____					
ACTIVIDAD: _____					
ALUMNO: _____					
Indicadores	Siempre	Casi siempre	A veces	Rara vez	Nunca
Participo activamente en las actividades del grupo					
Cumplo con las tareas asignadas por mis compañeros					
Comprendo el significado de los contenidos desarrollados					
Pude aplicar los contenidos aprendidos a situaciones nuevas					
Reconozco la importancia y valoro los conocimientos adquiridos.					

FUENTE: Facultad de Educación. Evaluación de los aprendizajes



CAPÍTULO II

DESARROLLO Y RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN

“Yo no enseño a mis alumnos, solo les proporciono las condiciones en las que puedan aprender”

Albert Einstein

METODOLOGÍA

Tipo y diseño de la investigación:

Tipo

El tipo de estudio que se realizó fue exploratorio debido a que el objetivo general planteado fue conocer cómo se aplican las técnicas y métodos grupales para la enseñanza aprendizaje de las matemáticas. La recopilación de datos se efectuó directamente en los diferentes Centros Educativos, por lo que la investigación es de campo.

Población de Estudio

La investigación fue dirigida a los establecimientos educativos que cumplen con las características planteadas en la delimitación del tema, es decir, ser fiscales mixtos, estar ubicados en la ciudad de Cuenca y laborar en la sección diurna o vespertina, constituyéndose en una población de 6000 entre profesores y estudiantes, en el momento que se planteó la investigación.



Tamaño de la muestra

En la página web de la Dirección de Educación del Azuay, constan 15 establecimientos educativos con las características establecidas en la sección anterior, el tamaño de la muestra se determinó de acuerdo a los siguientes parámetros: al número de estudiantes y al popularidad del establecimiento, por lo que la muestra fue tomada en cinco colegios los mismos que son: Manuel J. Calle, Octavio Cordero Palacios, Antonio Ávila Maldonado, Unedid, Miguel Merchán Ochoa.

Métodos, técnicas e instrumentos de investigación:

Métodos y técnicas

De acuerdo a las características de la investigación el método utilizado fue el exploratorio, ya que se trata de examinar un problema o tema de investigación poco estudiado. La técnica que se utilizó para recabar la información relacionada con esta investigación fue a través de encuestas aplicadas a docentes y estudiantes de los colegios seleccionados como muestra.

Las encuestas fueron elaboradas tomando en cuenta los objetivos de la investigación, acorde a la teoría revisada sobre el trabajo grupal, se aplicaron en forma individual y por escrito a cada uno de los encuestados en los diferentes centros educativos. Los datos obtenidos fueron procesados, codificados y tabulados para obtener los resultados.

Desarrollo de la Investigación:



La investigación se realizó de la siguiente manera: se visitó cada uno de los Planteles Educativos y contado con la autorización de los (as) Señores (as) Rectores (as) se procedió a aplicar la encuesta a los estudiantes de diferentes cursos o paralelos que tengan diferentes profesores de matemáticas y a los respectivos docentes, en la sección de anexos se incluye la hoja de visitas a cada Institución. Una vez terminada la recolección de datos se procedió a la tabulación de los mismos, expresándolos en forma de porcentaje para facilitar su análisis e interpretación.

Resultados de la investigación:

A continuación se presenta los resultados obtenidos de cada pregunta realizada, en ellos se ha unificado las respuestas dadas por los docentes y por los estudiantes:

Estrategias utilizadas para la enseñanza de las matemáticas:

Con la pregunta 1 y 2 se pretende determinar cuáles son las estrategias que se utiliza para enseñar la asignatura de matemáticas.

Pregunta 1.

Las clases de matemática, se las desarrolla a través de:

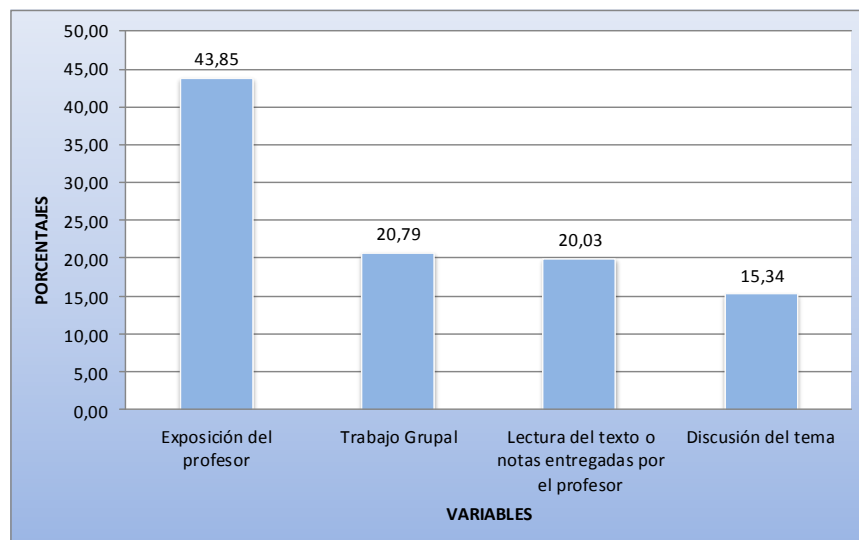
Variables	Totales	%
Exposición del profesor	346	43,85
Trabajo Grupal	164	20,79
Lectura del texto o notas entregadas por el profesor	158	20,03
Discusión del tema	121	15,34
Total	789	100,00



FUENTE: Cuestionario aplicado en las Instituciones Educativas Fiscales de Cuenca.

Gráfico No. 1

Estrategias metodológicas utilizadas para enseñanza de las matemáticas:



FUENTE: Cuestionario aplicado en las Instituciones Educativas Fiscales de Cuenca.

Interpretación de los resultados:

Los encuestados en su mayoría 43,85% manifiestan que las clases de matemáticas se desarrollan a través de la explicación del profesor, es decir, se aplica el método expositivo, combinado con el trabajo grupal 20,79%, lectura del texto con el 20,03% y en pocas ocasiones con discusiones sobre el tema con el 15,34%. Estos los resultados nos llevan a concluir que predomina el método tradicional de enseñanza, en donde el profesor es el dueño del conocimiento y los alumnos son los receptores.

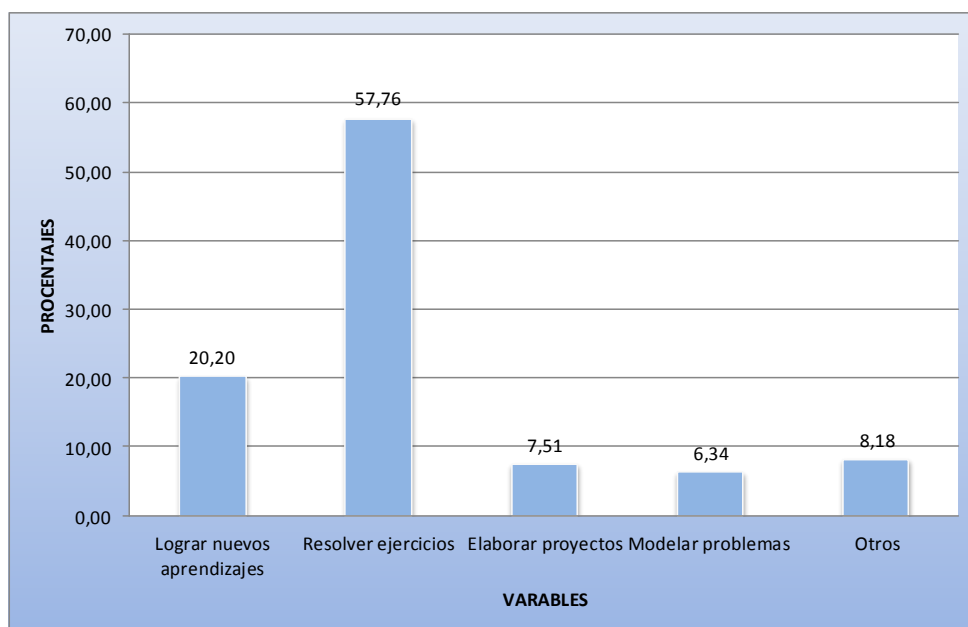
**Pregunta 2.**

Se forma grupos de trabajo para:

Variables	Totales	%
Lograr nuevos aprendizajes	121	20,20
Resolver ejercicios	346	57,76
Elaborar proyectos	45	7,51
Modelar problemas	38	6,34
Otros	49	8,18
Total	599	100,00

FUENTE: Cuestionario aplicado en las Instituciones Educativas Fiscales de Cuenca.

Gráfico No. 2

Utilización del trabajo grupal

FUENTE: Cuestionario aplicado en las Instituciones Educativas Fiscales de Cuenca.

**Interpretación de los resultados:**

A fin de determinar cuál es el rol que cumple el trabajo grupal dentro de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas se elaboró la pregunta 2, los resultados muestran que el 56,76% de los profesores lo utiliza para resolver ejercicios, frente al 20,20% que lo aplica para lograr nuevos aprendizajes, 7,51% trabaja en la elaboración de proyectos, el 6,34 %, lo utiliza para la modelación de problemas y el 8,18% en otras actividades.

En consecuencia se puede ver que existe la tendencia de que el trabajo grupal, es conveniente únicamente para resolver ejercicios.

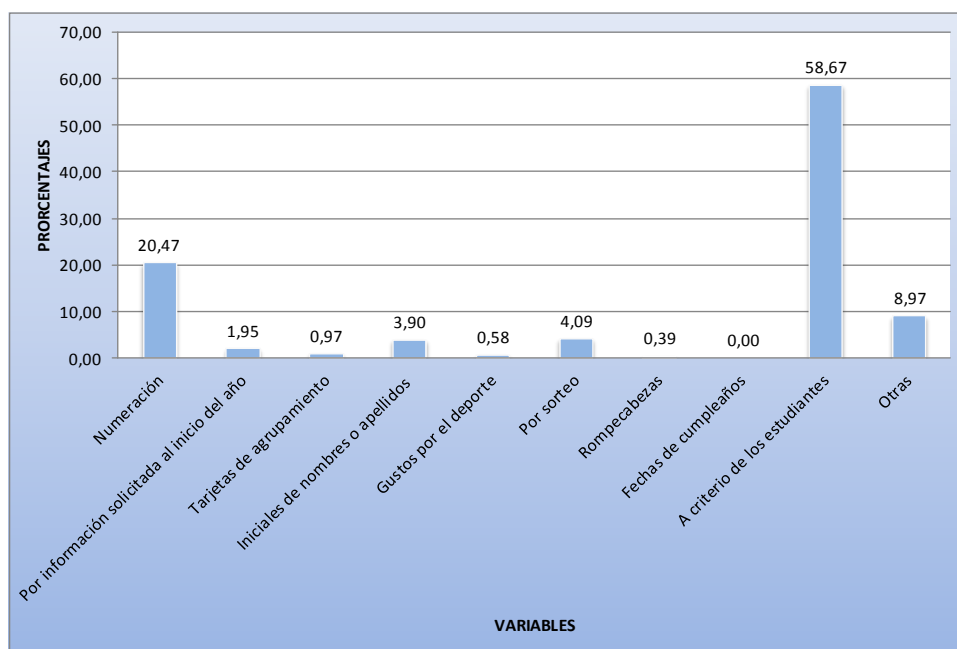
Con las preguntas 3, 4, 5, 6, y 7, se intenta establecer la forma en que es llevada a cabo el trabajo grupal.

Pregunta 3.

Las técnicas utilizadas para la conformación de los grupos son:

Variables	Totales	%
Numeración	10	8,77
Por información solicitada al inicio del año	1	0,88
Tarjetas de agrupamiento	0	0,00
Iniciales de nombres o apellidos	1	0,88
Gustos por el deporte	0	0,00
Por sorteo	1	0,88
Rompecabezas	0	0,00
Fechas de cumpleaños	0	0,00
A criterio de los estudiantes	97	85,09
Otras	4	3,51
Total	114	100,00

FUENTE: Cuestionario aplicado en las Instituciones Educativas Fiscales de Cuenca.

**Gráfico No. 3****Técnicas para la formación de los grupos:**

FUENTE: Cuestionario aplicado en las Instituciones Educativas Fiscales de Cuenca.

Interpretación de los resultados:

De las múltiples formas que existen para conformar grupos, se puede evidenciar en los resultados que los profesores, utilizan la técnica menos recomendada que es dejar que los estudiantes formen el grupo a su criterio con el 58,67%, un 20,47% utiliza la numeración, el 8,97% otras, por sorteo con el 4,09%, iniciales de nombres o apellidos con un 3,90%, por información solicitada al inicio del año 1,95%, tarjetas de agrupamiento 0,97 %, gustos por el deporte 0,58%, rompecabezas 0,30% y por cumpleaños es una técnica que no ha sido utilizada con el 0%.



En consecuencia se puede establecer que se desconoce las técnicas para formar grupos y la utilidad que tiene la formación de grupos heterogéneos para conseguir mejores resultados dentro del trabajo grupal.

Pregunta 4.

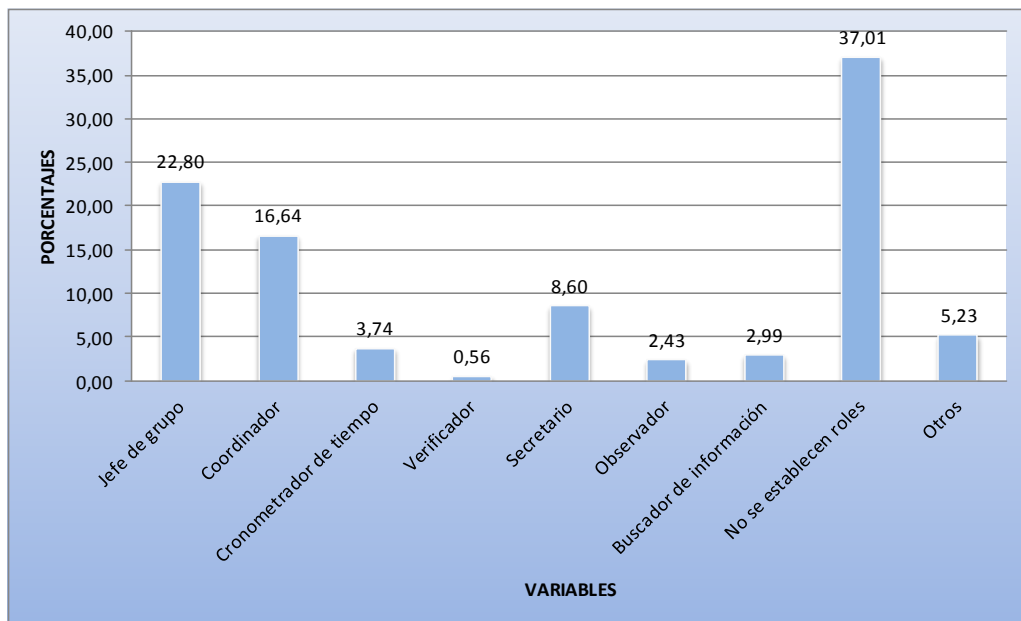
Los roles asignados a los estudiantes para iniciar un trabajo grupal son:

Variables	Totales	%
Jefe de grupo	122	22,80
Coordinador	89	16,64
Cronometrador de tiempo	20	3,74
Verificador	3	0,56
Secretario	46	8,60
Observador	13	2,43
Buscador de información	16	2,99
No se establecen roles	198	37,01
Otros	28	5,23
Total	535	100,00

FUENTE: Cuestionario aplicado en las Instituciones Educativas Fiscales de Cuenca.

Gráfico No. 4

Roles asignados a los estudiantes para el trabajo grupal



FUENTE: Cuestionario aplicado en las Instituciones Educativas Fiscales de Cuenca.

Interpretación de resultados:

De la literatura revisada sobre el trabajo grupal, uno de los aspectos fundamentales para trabajar con esta estrategia metodológica y lograr los resultados deseados es la asignación de roles; de la tabulación de los datos se obtienen los siguientes resultados: en el 37,01% no asignan roles, el 22,80% trabaja con un jefe de grupo, el 16,64% con coordinador, el 8,60% con secretario, el 3,74% con cronometrador del tiempo, el 5,34% con otros, el 2,99% con buscador de información, el 2,43% con observador y el 0,53% con verificador.

Los resultados conducen a concluir que se desconocen la importancia en la asignación de roles, para conseguir que todos los estudiantes se sientan parte integral del grupo y participen activamente.

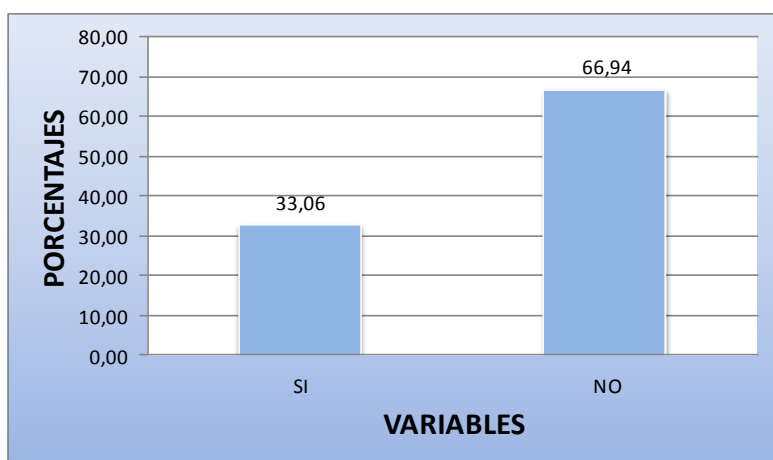
**Pregunta 5:**

En cada sesión de trabajo grupal, cada estudiante asume un rol diferente al que trabajó anteriormente.

Variables	Totales	%
SI	122	33,06
NO	247	66,94
Total	369	100,00

FUENTE: Cuestionario aplicado en las Instituciones Educativas Fiscales de Cuenca.

Gráfico No. 5

Cambio de roles asignados a los estudiantes para el trabajo grupal

FUENTE: Cuestionario aplicado en las Instituciones Educativas Fiscales de Cuenca.

Interpretación de resultados:

Cuando se asigna roles para el trabajo grupal, la bibliografía analizada, nos indica que es conveniente ir rotando las tareas asignadas a cada estudiante, a fin de



evitar que solo uno o dos tomen el control del grupo y se generen conflictos. De la investigación realizada se puede ver que el 66,94% no asume diferentes roles frente al 33,06% que si lo hace.

Pregunta 6:

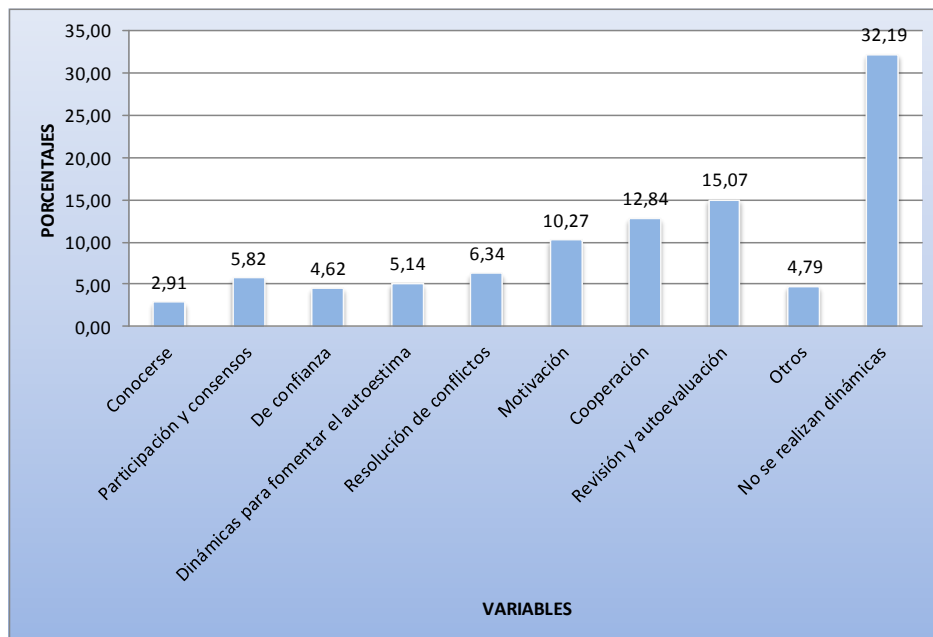
Durante el trabajo grupal, se realizan dinámicas para:

Variables	Totales	%
Conocerse	17	2,91
Participación y consensos	34	5,82
De confianza	27	4,62
Dinámicas para fomentar el autoestima	30	5,14
Resolución de conflictos	37	6,34
Motivación	60	10,27
Cooperación	75	12,84
Revisión y autoevaluación	88	15,07
Otros	28	4,79
No se realizan dinámicas	188	32,19
Total	584	100,00

FUENTE: Cuestionario aplicado en las Instituciones Educativas Fiscales de Cuenca.

Gráfico No. 6

Cambio de roles asignados a los estudiantes para el trabajo grupal



FUENTE: Cuestionario aplicado en las Instituciones Educativas Fiscales de Cuenca.

Interpretación de resultados:

Al inicio, durante y luego de determinado el trabajo asignado al grupo se recomienda la realización de dinámicas grupales, para afianzar al grupo de trabajo. De la aplicación de las encuestas, se obtienen los siguientes resultados: en el 32,19% de los casos no se realizan dinámicas grupales, el 15,07% son de revisión y autoevaluación, el 12,84% son para la cooperación, el 10,27% son de motivación, el 6,34% son para resolver conflictos, el 5,82% son para lograr la participación y consensos, el 5,14% son para fomentar el autoestima, 4,79% manifiesta que las dinámicas son realizadas para otros fines, el 4,62% son para ganar confianza, y el 2,91% son para conocerse.

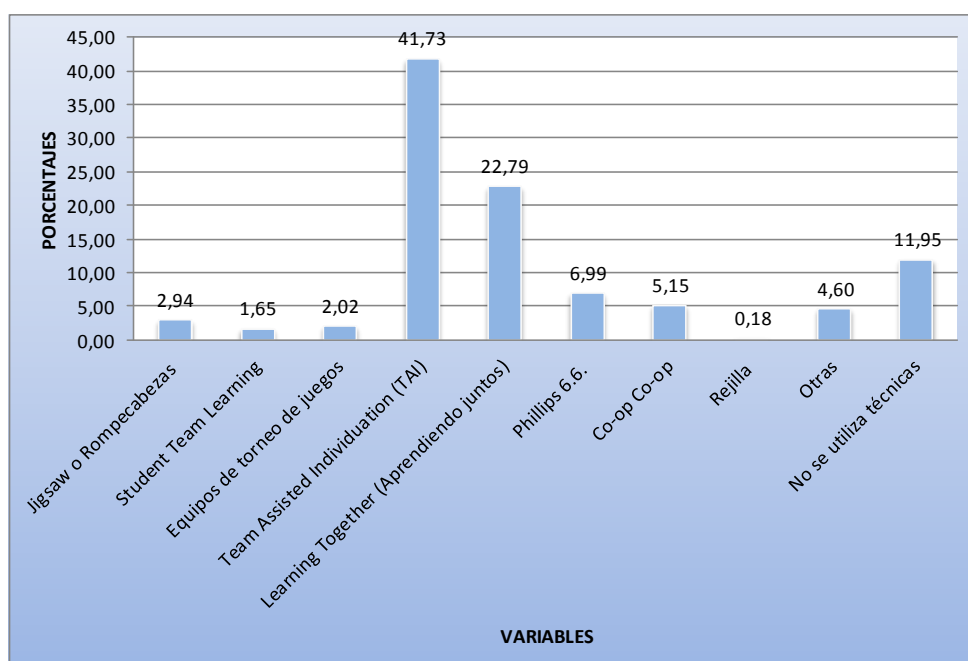
En consecuencia se puede concluir que no se considera importante la realización de dinámicas.

**Pregunta 7:**

Las técnicas utilizadas por el profesor, dentro del trabajo grupal son:

Variables	Totales	%
Jigsaw o Rompecabezas	16	2,94
StudentTeamLearning	9	1,65
Equipos de torneo de juegos	11	2,02
TeamAssistedIndividuation (TAI)	227	41,73
LearningTogether (Aprendiendo juntos)	124	22,79
Phillips 6.6.	38	6,99
Co-op Co-op	28	5,15
Rejilla	1	0,18
Otras	25	4,60
No se utiliza técnicas	65	11,95
Total	544	100,00

FUENTE: Cuestionario aplicado en las Instituciones Educativas Fiscales de Cuenca.

Gráfico No. 7**Técnicas utilizadas para el trabajo grupal**



FUENTE: Cuestionario aplicado en las Instituciones Educativas Fiscales de Cuenca.

Interpretación de resultados:

Para esta pregunta se colocó en el cuestionario entregado una breve descripción de las técnicas, los resultados muestran que el TeamAssitedIndividuation (TAI), (Luego de enseñar individualmente, se forman grupos para realizar los ejercicios) registra el 41,73 %, LearningTogether (Aprendiendo juntos) (Los alumnos trabajan en una hoja o ficha de actividades en pequeños grupos) tiene el 22,79%, el 11,95% indica que no se utiliza técnicas, el 6,99% utiliza la técnica Phillips 6.6. (Discusiones en grupos pequeños durante tiempo determinado), el 5,15% utiliza Co-op Co-op: (Investigación de temas propuestos por los estudiantes), el 4,60% trabaja con otras técnicas, el 2,94% con el Jigsaw o rompecabezas, el 2,02% con los equipos de torneos de juegos, el 1,65% con StudentTeamLearning (Utilización de metas grupales) y el 018% la rejilla. Como se puede observar la técnica denominada TAI, que proponen la resolución de ejercicios luego de la explicación del profesor es la que tiene más alto porcentaje. Con esta pregunta se corrobora lo indicado en la primera pregunta, que el trabajo grupal se utiliza con mayor frecuencia para resolver ejercicios.

Las preguntas 8 y 9 fueron planteadas para conocer el proceso de evaluación que se realiza dentro del trabajo grupal.

Pregunta 8:

La evaluación del trabajo grupal se la realiza a través de:

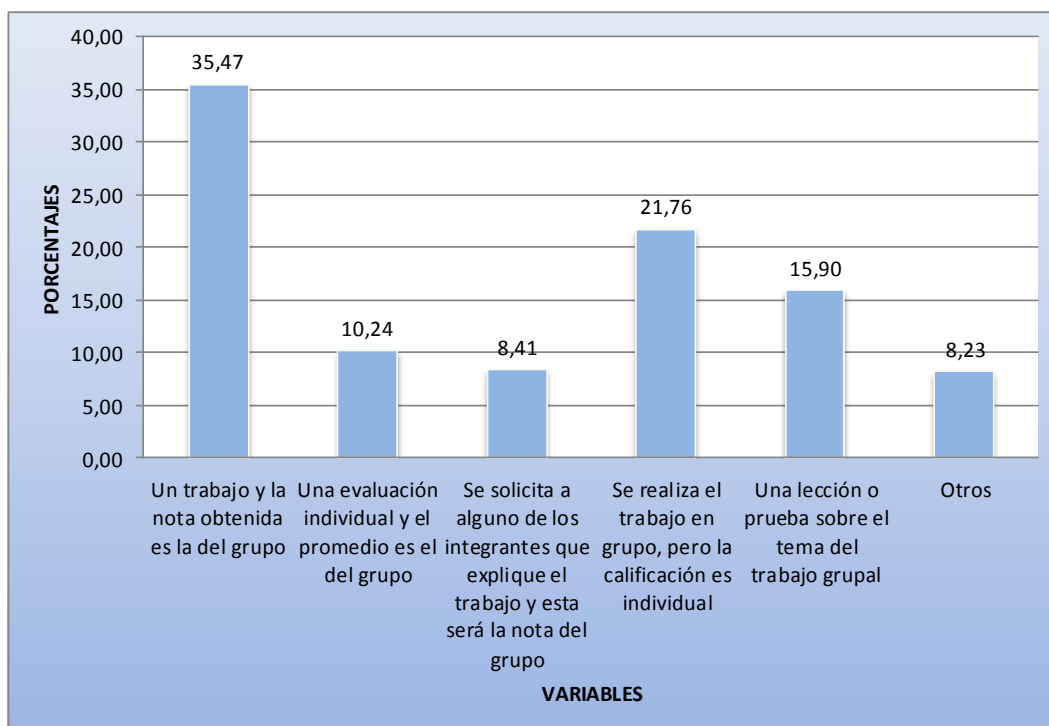


Variables	Totales	%
Un trabajo y la nota obtenida es la del grupo	194	35,47
Una evaluación individual y el promedio es el del grupo	56	10,24
Se solicita a alguno de los integrantes que explique el trabajo y esta será la nota del grupo	46	8,41
Se realiza el trabajo en grupo, pero la calificación es individual	119	21,76
Una lección o prueba sobre el tema del trabajo grupal	87	15,90
Otros	45	8,23
Total	547	100,00

FUENTE: Cuestionario aplicado en las Instituciones Educativas Fiscales de Cuenca.

Gráfico No. 8

La evaluación del trabajo grupal se realiza a través de:





FUENTE: Cuestionario aplicado en las Instituciones Educativas Fiscales de Cuenca.

Interpretación de resultados:

El 35,47% de los trabajos grupales es evaluado a con un trabajo por el grupo, el 21,76% de las evaluaciones se las realizan en forma individual a pesar de que ha existido un trabajo grupal, el 15,90% se efectúa a través de una lección o prueba sobre el tema del trabajo grupal, el 10,24% lo hace a través del promedio de las evaluaciones individuales del grupo, el 8,41% solicita que algunos de los integrantes explique el trabajo y la nota que obtenga este es la del grupo, el 8,23% aplica otras formas de evaluación. Esto nos demuestra que el trabajo grupal es evaluado.

Pregunta 9:

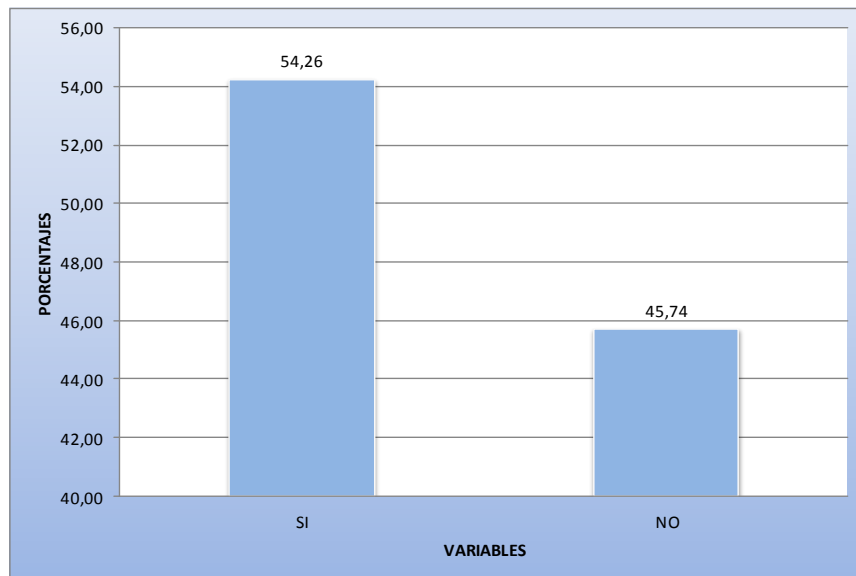
Una vez culminado el trabajo asignado dentro del grupo, se realiza una autoevaluación sobre el funcionamiento del mismo.

Variables	Totales	%
SI	210	54,26
NO	177	45,74
Total	387	100,00

FUENTE: Cuestionario aplicado en las Instituciones Educativas Fiscales de Cuenca.

Gráfico No. 9

Autoevaluación del trabajo grupal



FUENTE: Cuestionario aplicado en las Instituciones Educativas Fiscales de Cuenca.

Interpretación de los resultados:

Tan importante como la evaluación de los aprendizajes alcanzados, es la autoevaluación, debido a que esta nos permite evaluar a nivel personal los conocimientos científicos logrados, así como evaluar el trabajo grupal tanto en el conocimiento como en el funcionamiento del grupo, esto servirá para corregir los errores. En la investigación realizada se puede concluir que si se realiza la autoevaluación con el 54,26%, frente al 45,74% que no se realiza.

Las preguntas 10, 11 y 12, se han planteado para determinar las dificultades y ventajas que los alumnos perciben en el desarrollo del trabajo en grupos.

Pregunta 10:

Prefiere que las clases se realicen con:

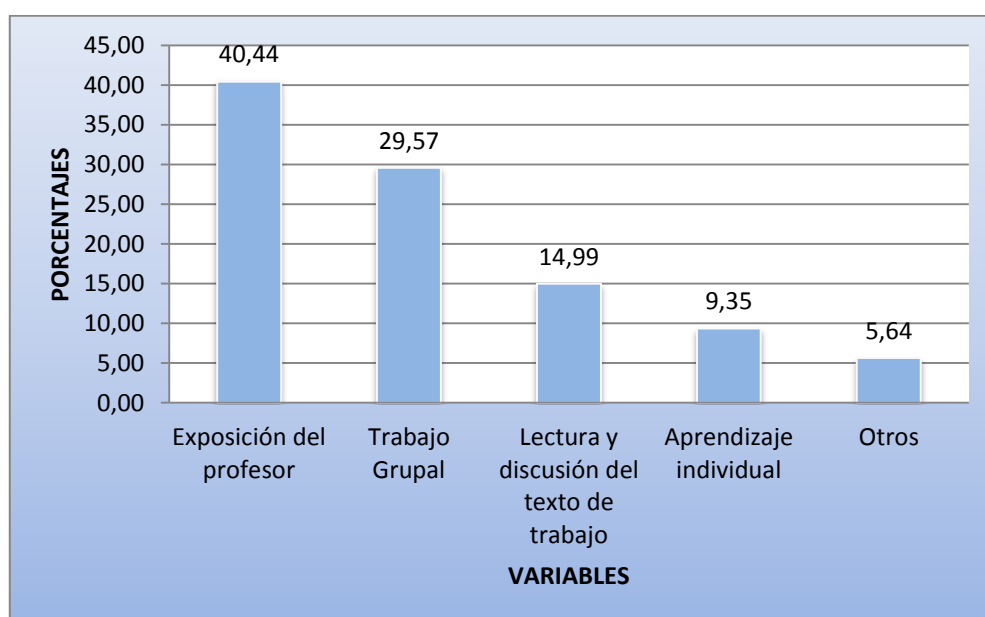


Variables	Totales	%
Exposición del profesor	294	40,44
Trabajo Grupal	215	29,57
Lectura y discusión del texto de trabajo	109	14,99
Aprendizaje individual	68	9,35
Otros	41	5,64
Total	727	100,00

FUENTE: Cuestionario aplicado en las Instituciones Educativas Fiscales de Cuenca.

Gráfico No. 10

Preferencia sobre el desarrollo de las clases



FUENTE: Cuestionario aplicado en las Instituciones Educativas Fiscales de Cuenca.

Interpretación de los resultados:

El 40,44% prefiere que las clases sean impartidas por el profesor a través de las exposiciones, al 29,57% le gustaría que se las realice con trabajo grupal, al



14,99% que sean a través de la lectura y discusión del texto de trabajo, al 9,35% que sea un aprendizaje individual y el 5,64% preferiría que se busque otras formas de enseñar.

De esta manera se puede concluir que el desconocimiento por otros métodos de enseñanza, hace que se prefieran las clases magistrales.

Pregunta 11:

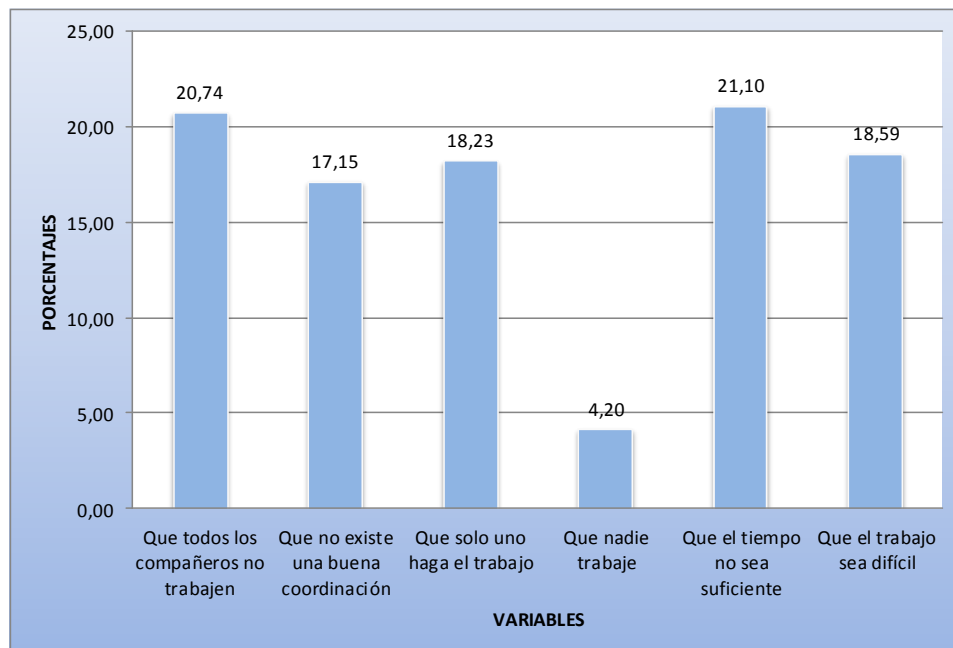
Las dificultades que se presentan en el desarrollo del trabajo en grupo, pueden ser:

Variables	Totales	%
Que todos los compañeros no trabajen	173	20,74
Que no existe una buena coordinación	143	17,15
Que solo uno haga el trabajo	152	18,23
Que nadie trabaje	35	4,20
Que el tiempo no sea suficiente	176	21,10
Que el trabajo sea difícil	155	18,59
Total	834	100,00

FUENTE: Cuestionario aplicado en las Instituciones Educativas Fiscales de Cuenca.

Gráfico No. 11

Dificultades que se presentan en el trabajo grupal



FUENTE: Cuestionario aplicado en las Instituciones Educativas Fiscales de Cuenca.

Interpretación de resultados:

El 21,10% de los encuestados opina que le faltará tiempo para terminar el trabajo grupal, el 20,74 % teme que todos los compañeros no trabajen, al 18,59 le preocupa que el trabajo sea difícil, el 18,23% piensa que solo a uno le tocara hacer el trabajo, el 17,95% opina que la falta de coordinación dificultará el trabajo grupal, solo al 4,25% opina que el trabajo grupal se dificultara por la falta de trabajo de todos los integrantes.

Como se puede observar los porcentajes entre las diferentes opciones no varía mucho de la una a la otra, esto muestra que en la realización de los trabajos grupales se han presentado casi todas las dificultades planteadas, dificultades que se pueden salvar desarrollando un trabajo grupal acorde a los lineamientos sugeridos en la literatura de esta estrategia.

**Pregunta 12:**

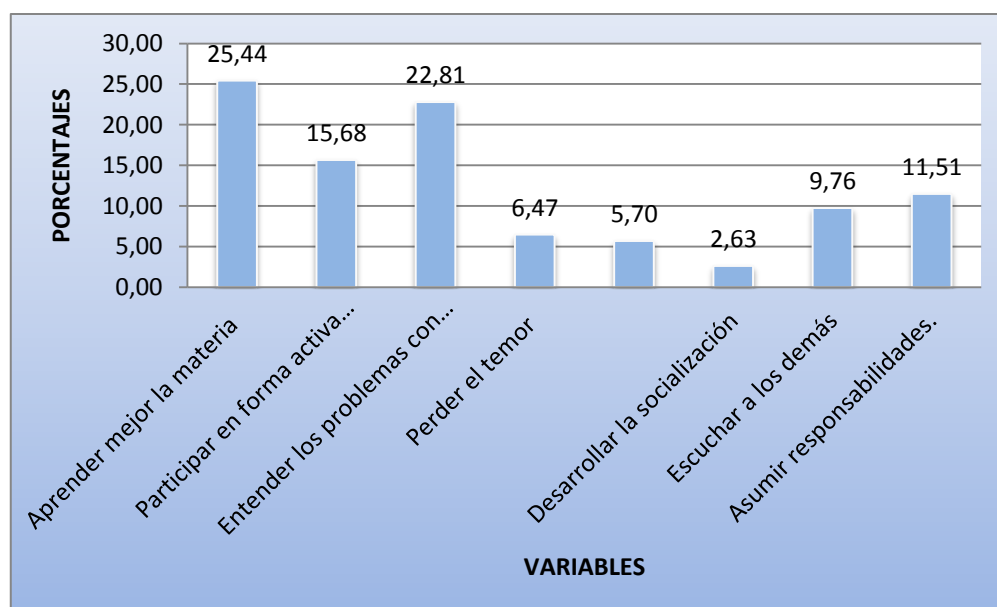
Cuando trabaja en grupo, usted logra:

Variables	Totales	%
Aprender mejor la materia	232	25,44
Participar en forma activa en el desarrollo de las actividades	143	15,68
Entender los problemas con mayor facilidad	208	22,81
Perder el temor	59	6,47
Comunicarse con mayor facilidad	52	5,70
Desarrollar la socialización	24	2,63
Escuchar a los demás	89	9,76
Asumir responsabilidades.	105	11,51
Total	912	100,00

FUENTE: Cuestionario aplicado en las Instituciones Educativas Fiscales de Cuenca.

Gráfico No. 12

Dificultades que se presentan en el trabajo grupal





FUENTE: Cuestionario aplicado en las Instituciones Educativas Fiscales de Cuenca.

Interpretación de resultados:

En cuanto a los logros que se consiguen con el trabajo grupal, se obtienen los siguientes resultados: el 25,44% cree que se puede aprender mejor la materia, el 22,81% opina que trabajar en grupos le ayuda a entender los problemas con mayor facilidad, el 15,68% indica que le sirve para participar activamente, el 11,51% manifiesta que le ayuda a asumir responsabilidades, el 9,76% opina que se logra aprender a escuchar a los demás, el 6,47%, sostiene que sirve para perder el temor, el 5,70% cree que con el trabajo grupal puede aprender a comunicarse con mayor facilidad, finalmente solo el 2,63% opina que el trabajo grupal le servirá para socializar con los demás.

De los resultados obtenidos podemos concluir que la mayoría de encuestados ve mayor utilidad del trabajo grupal en la construcción de conocimientos, que en la interacción con los demás, y con el desarrollo de habilidades interpersonales.

Pregunta 13:

Los resultados de las evaluaciones:

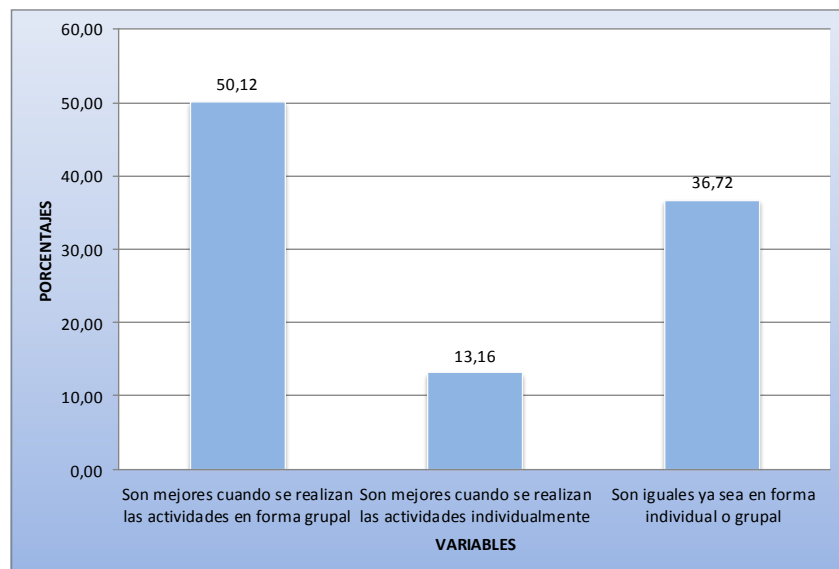
Variables	Totales	%
Son mejores cuando se realizan las actividades en forma grupal	217	50,12
Son mejores cuando se realizan las actividades individualmente	57	13,16
Son iguales ya sea en forma individual o grupal	159	36,72
Total	433	100,00



FUENTE: Cuestionario aplicado en las Instituciones Educativas Fiscales de Cuenca.

Gráfico No. 13

Resultados de la evaluación



FUENTE: Cuestionario aplicado en las Instituciones Educativas Fiscales de Cuenca.

Interpretación de resultados:

Los resultados obtenidos en esta pregunta evidencian que los encuestados están conscientes de que el trabajar grupalmente es mejor que individualmente, así podemos ver que el 50,12% indica que los resultados de las evaluaciones son mejores cuando se realizan las actividades grupales, frente al 36,72% que señala que son iguales ya sea en forma individual o grupal, y solo un 13,16% anota que son mejores cuando se realiza individualmente.

Análisis final de los resultados:



Los resultados de las encuestas aplicadas en los cinco Colegios de la Ciudad de Cuenca, nos demuestran que en la mayoría de los casos se utiliza el trabajo grupal como una herramienta para resolver ejercicios, y no como una estrategia para lograr nuevos aprendizajes.

También es evidente que el trabajo grupal realizado no está enmarcado dentro de los lineamientos que plantean los diferentes investigadores.

Por otro lado la mayoría de los encuestados sabe que el trabajo grupal le llevará a conseguir mejores resultados que el individual no solo en lo que tiene que ver con el conocimiento científico sino en el desarrollo de las relaciones interpersonales, pero se resisten a su aplicación, pues de la forma en que se lo realiza actualmente, hace que aparezcan algunas obstáculos que aparentemente serían difíciles de manejar.



CAPÍTULO III

PROPUESTA DE TRABAJO GRUPAL

“Las cosas que debemos aprender para poder hacerlas, las aprendemos haciéndolas.”

Aristóteles

De la investigación de campo realizada cuyos resultados se presentan en el Capítulo II, se concluye que el trabajo grupal, es utilizado básicamente para resolver ejercicios, pero por la literatura revisada se sabe que esta metodología de trabajo sirve también para adquirir nuevos aprendizajes; por lo que a continuación se presenta una propuesta para enseñar un contenido específico de Matemáticas a base del trabajo grupal.

Tema escogido:

Dada la importancia que tiene la Estadística y Probabilidad, pues es una de las ramas de las Matemáticas que aparece con mayor frecuencia en la vida cotidiana dentro de diferentes campos, como el deporte, la economía, la medicina, la política, etc. y que los contenidos planteados para la secundaria no presentan un alto grado de complejidad, de tal manera que pueden ser entendidos con facilidad por los estudiantes, es que se ha escogido este tema para trabajarlo a través de los grupos.

De los diversos contenidos que se pueden encontrar para el nivel de secundaria se ha escogido los temas dados por el Ministerio de Educación para los primeros



de Bachillerato, por cuanto involucran a la mayoría de aspectos que son aparecen en la vida cotidiana.

Metodología:

Esquema conceptual de partida:

La técnica Grupal escogida ha sido: El rompecabezas (jigsaw)¹³. Antes de iniciar las actividades se explicará la técnica a aplicarse y la conformación de los grupos en su primera y segunda instancia, además, se procederá a entregar los temas para cada uno de los grupos de la primera instancia, recalando la responsabilidad que recae sobre cada uno de los estudiantes.

Construcción del conocimiento:

Se dará una breve explicación de los conceptos preliminares de la Estadística que sean necesarios para el trabajo que se va a realizar.

Seguidamente, los estudiantes se dispondrán de acuerdo a los grupos formados para la primera instancia, en la cual todos contarán del mismo material. Posterior a este proceso, se reunirán para la segunda instancia, en donde deberán exponer lo que han descubierto a sus compañeros mediante la explicación de los ejercicios resueltos con sus respectivos procedimientos.

Durante las dos instancias el profesor deberá vigilará el proceso y salvar cualquier inquietud de manera general o personal de acuerdo al caso.

Transferencia del conocimiento:

¹³ Técnica grupal descrita en el Capítulo I, pág. 54



Los estudiantes tomarán sus puestos habituales, luego de lo cual se procederá a resolver en la pizarra los ejercicios planteados para los equipos base, en donde se pondrá de manifiesto lo aprendido.

Evaluación del Trabajo Grupal:

Para evaluar el trabajo realizado por los grupos, se tomaran en cuenta los siguientes parámetros:

- 1) La resolución de las actividades propuestas para los grupos base.
- 2) La puesta en común ante todo el curso, con la resolución de ejercicios en la pizarra.
- 3) Una lección escrita individual, que luego se promediara a nivel grupal.
- 4) El trabajo realizado por cada grupo, anotado en el registro de observación del profesor.
- 5) Las observaciones realizadas por los estudiantes, que tenían el rol de observadores en cada grupo.
- 6) La coevaluación llevada a cabo entre los integrantes del grupo.

La etapa de evaluación inicia con un periodo de coevaluación, es decir los integrantes del grupo evalúan a uno de sus compañeros, resaltando lo positivo y sugiriendo las cosas que se deberían mejorar.

En el siguiente periodo, se procede a la autoevaluación de cada uno de los estudiantes en el interior del grupo.

A continuación de la autoevaluación, se procederá a poner en común las soluciones de las actividades planteadas para los grupos base, para ello será



sorteado un estudiante de cada grupo, quien pasará a la pizarra e indicará la forma de solucionar uno de los ejercicios planteados.

Para terminar con el trabajo se evaluará individual y colectivamente los resultados obtenidos, lo que llevará a que se obtenga las conclusiones sobre el trabajo realizado.

Formación de los grupos:

Los contenidos mínimos de Estadística y Probabilidad establecidos para los Primeros de Bachillerato, se han dividido en 10 partes, las cuales serán trabajadas en dos momentos, por lo que la clase deberá ser dividida en grupos de cinco estudiantes, y estarán constituidos de la siguiente manera: un alumno con alto rendimiento, dos con mediano rendimiento y dos con bajo rendimiento, para ello se consideraran las calificaciones en matemática obtenidas en lo que va del año lectivo. Estos estudiantes conformarán el “*grupo base*”, a cada uno de ellos se les asignará un número que servirá para formar los nuevos grupos, llamados “*grupos de expertos*” quienes trabajaran en la primera instancia, para ello se reunirán todos los estudiantes que tengan igual número.

Una vez que se ha conformado los diferentes grupos, a cada estudiante se le entregará el contenido científico, los ejercicios para resolver y una ficha en donde se indique el rol que va a desarrollar dentro del grupo con las actividades que corresponden a su papel, los roles que se sugieren son: cronometrador del tiempo, coordinador, observador, verificador de los conocimientos y secretario.

Actividades para el desarrollo de la propuesta:



Primera actividad grupal:

“Yo hago lo que usted no puede y usted hace lo que yo no puedo. Juntos podemos hacer grandes cosas”.

Madre Teresa de Calcuta.

Antes de iniciar con el estudio del contenido científico y a fin de que los estudiantes comprendan la importancia del trabajo que les espera, con los “grupos base” se realiza la dinámica grupal denominada “LA NASA”¹⁴.

Luego de lo cual cada grupo base escogerá un nombre, que servirá para identificar a su equipo de trabajo.

Segunda actividad grupal:

“Las fortalezas están en nuestras diferencias, no en nuestras similitudes”.

Stephen Covey

Se ubica a los estudiantes en el aula en los “grupos de expertos” cuidando que estos tengan una interacción cara a cara y puedan moverse con facilidad sin molestar a los otros grupos.

A continuación cada estudiante individualmente lee el material recibido, luego se lo analiza al interior del grupo de expertos y resolviendo juntos los ejercicios planteados, asegurándose que todos hayan entendido bien todo, ya que después ellos serán los encargados de enseñar a sus compañeros del grupo de base.

El material que recibirá cada experto es:

¹⁴ Dinámica Grupal descrita en el Capítulo I, pág. 29



GRUPO DE EXPERTOS 1

“No hay problema que no podamos resolver juntos, y muy pocos que podamos resolver por nosotros mismos”.

Lyndon Johnson.

Medidas de Tendencia Central

Son los valores más representativos de un conjunto de datos.

Moda: Es el valor o valores que más se repiten en un conjunto de datos.

Ejemplo:

En las edades de un **grupo** de estudiantes, que son: 15, 16, 15, 17, 15, 17, 16, 15, 15

La moda es 15 pues se repite 5 veces.

Mediana: Es valor que se ubica en el centro de la tabla ordenada de los datos o lecturas tomadas (el ordenamiento puede ser creciente o decreciente). Cuando en centro de dicha tabla queden dos datos, la mediana es el promedio de ellos.

Ejemplo:

- a) En las edades de un grupo de estudiantes, que son: 15, 16, 15, 17, 15, 17, 16, 15, 15

Al ordenar los datos tenemos: 15, 15, 15, 15, 15, 16, 16, 17, 17

La mediana resulta ser 15

- b) En las calificaciones obtenidas por un estudiante en matemática: 10, 5, 7, 8, 5, 6, 7, 6, 7, 6

La mediada de los datos ordenados es: 5, 5, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 8, 10

$$Mediana = \frac{6 + 7}{2} = \frac{13}{2} = 6,5$$



Media aritmética: Es la suma de todos los datos dividida para el número total de datos. Matemáticamente se define como:

$$\text{media aritmética} = \bar{x} = \frac{\sum x_i}{N}$$

En donde: $\sum x_i$ indica la sumatoria de los valores.

N es el número total de datos.

Ejemplo:

En las edades de un grupo de estudiantes, que son: 15, 16, 15, 17, 15, 17, 16, 15, 15

Tenemos que: $\sum x_i = 15 + 16 + 15 + 17 + 15 + 17 + 16 + 15 + 15 = 141$

N: es el número de datos que se tienen que en este caso son 9, entonces:

La media aritmética es:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{15 + 16 + 15 + 17 + 15 + 17 + 16 + 15 + 15}{9} = \frac{141}{9} = 15,67$$

La media aritmética de las edades es 15,67 años.

Para datos agrupados:

La media aritmética para distribuciones de frecuencias con datos agrupados, se calcula a través de la siguiente fórmula:

$$\text{media aritmética} = \bar{x} = \frac{\sum f * x_M}{N}$$

En donde: x_M = marcas de clase, (límite inferior más el límite superior dividida para dos), f = frecuencia absoluta y N = número total de datos

Ejemplo: Con los datos de la siguiente tabla determine la media aritmética:



Clases	Marca de clase	frecuencia	$x_M * f$	$x_M * f$
13 - 24	18,5	4	$18,5 * 4$	74
25 - 36	30,5	10	$30,5 * 10$	305
37 - 48	42,5	12	$42,5 * 12$	510
49 - 60	54,5	13	$54,5 * 13$	708,5
61 - 72	66,5	6	$66,5 * 6$	399
73 - 84	78,5	5	$78,5 * 5$	392,5
TOTAL		50		2389

Aplicamos la fórmula para la media aritmética y se obtiene:

$$\text{media aritmética} = \bar{x} = \frac{\sum f * x_M}{N} = \frac{2389}{50} = 47,78$$

La media aritmética es 47,78

ACTIVIDADES:

- a) Determine la media aritmética, mediana y moda del siguiente conjunto de datos:

7, 8, 9, 5, 7, 6, 4, 7, 8, 3, 6, 5, 7, 8, 6, 7

- b) De la siguiente tabla de datos determine la media aritmética:

Velocidades (km/h)	No. de casos
60 – 69,9	3
70 – 79,9	1
80 – 89,9	18
90 – 99,9	7

**GRUPO DE EXPERTOS 2**

“Ninguno de nosotros es más importante que el resto de nosotros”.

RayKroc

Medidas de Tendencia Central de tablas con datos agrupados**Mediana:**

La mediana para datos agrupados se obtiene a través de la siguiente fórmula:

$$\text{Mediana} = M = L_i + \left(\frac{\frac{N+1}{2} - f_a}{f} \right) i$$

En donde: L_i = límite inferior de la clase (o intervalo) de la mediana

N = número total de datos

f_a = frecuencia acumulada en el intervalo inmediata al intervalo de la mediana

f = frecuencia de la clase de la mediana

i = diferencia entre los límites de la clase de la mediana

Ejemplo: Con los datos de la tabla anterior determine la mediana:

Clases	frecuencia
13 – 24	4
25 – 36	10
37 – 48	12
49 – 60	13
61 – 72	6
73 – 84	5
TOTAL	50



- a) En la tabla dada se agrega la columna de frecuencias acumuladas (suma consecutivas de las frecuencias absolutas):

Clases	frecuencia	Frecuencia acumulada
13 - 24	4	4
25 - 36	10	14
37 - 48	12	26
49 - 60	13	39
61 - 72	6	45
73 - 84	5	50
TOTAL	50	

- b) El total de frecuencias es 50, a partir de esto se determina el valor central respecto a la frecuencia, el mismo que se obtiene sumando 1 a 50 y dividiendo para dos, esto es,

$$d_c = \frac{50 + 1}{2} = 25,5$$

Lo que significa que está en la posición 25,5. El intervalo que corresponde a este valor es 37 - 48, luego:

$$L_i = 37, f = 12, f_a = 14, i = 48 - 37 = 11$$

Reemplazando los datos en la fórmula para la mediana se obtiene:

$$Mediana = M = L_i + \left(\frac{\frac{N+1}{2} - f_a}{f} \right) i = 37 + \left(\frac{25,5 - 14}{12} \right) 11 = 47,54$$

Moda:

La fórmula para calcular la moda de datos agrupados es:

$$M_o = L_{Mo} + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) i$$



En

donde: $M_0 = \text{Moda}$, $L_{Mo} = \text{Límite inferior de la clase modal}, d_1 =$ $\text{frecuencia de la clase modal menos la frecuencia de la clase anterior a ella}$ $d_2 =$ $\text{frecuencia de la clase modal menos la frecuencia de la clase posterior a ella}$ $i = \text{diferencia entre los límites de la clase}$ **Ejemplo:**

Determinar la moda de la siguiente tabla:

Clase	frecuencia
13 - 24	4
25 - 36	10
37 - 48	12
49 - 60	13
61 - 72	6
73 - 84	5
TOTAL	50

a) La clase modal es 49 – 60, $L_{Mo} = 49$, $d_1 = 13 - 12 = 1$, $d_2 = 13 - 6 = 7$,

$$i = 60 - 49 = 11$$

b) Aplicando la fórmula para la moda obtenemos:

$$M_o = L_{Mo} + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) i = 49 + \left(\frac{1}{1+7} \right) * 11 = 50,375$$

ACTIVIDADES:

Con los datos de la siguiente tabla determine la moda y la mediana:

x	f
-----	-----



41 – 47	12
48 – 54	26
55 – 61	61
62 – 68	60
69 – 75	51
76 – 82	42

GRUPO DE EXPERTOS 3

“Trabajar en equipo divide el trabajo y multiplica los resultados”

Anónimo

Medidas de dispersión

La dispersión se refiere a la extensión de los datos, es decir al grado en que las observaciones se distribuyen (o se separan).

Nos permiten conocer si los valores en general están cerca o alejados de los valores centrales, muestran la variabilidad de una serie de datos.

Rango: Llamado también recorrido. Es la diferencia entre el mayor y menor de los datos.

Mientras mayor sea el rango mayor es la dispersión y viceversa mientras menor sea el rango menor es la dispersión.

Ejemplo:

En los minutos que un grupo de estudiantes demora para llegar al colegio: 30, 45, 15, 20, 25, 30, 50, 30.

El rango es: $R = 50 - 15 = 35$



Desviación media: Es el cociente entre la suma de los valores absolutos, de la diferencia entre cada dato y la media aritmética de esos datos, con el número total de datos.

La desviación media se define matemáticamente como:

$$\overline{dm} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{N}$$

En donde: x_i son los datos obtenidos, \bar{x} es la media aritmética de los datos y N es el número total de datos.

Ejemplo:

Para calcular la desviación media de los minutos que demora un grupo de estudiantes en llegar al colegio: 30, 45, 15, 20, 25, 30, 50, 30.

- 1) Determinamos la media aritmética

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{30 + 45 + 15 + 20 + 25 + 30 + 50 + 30}{8} = \frac{245}{8} = 30,625$$

- 2) Hallamos el valor absoluto de la diferencia entre cada dato y la media aritmética:

$ x_i - \bar{x} $
$ 30 - 30,625 = 0,625$
$ 45 - 30,625 = 14,375$
$ 15 - 30,625 = 15,625$
$ 20 - 30,625 = 10,625$
$ 25 - 30,625 = 5,625$
$ 30 - 30,625 = 0,625$
$ 50 - 30,625 = 20,625$
$ 30 - 30,625 = 0,625$



3) Calculamos la desviación media:

$$\overline{dm} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{N}$$
$$= \frac{0,625 + 14,375 + 15,625 + 10,625 + 5,625 + 0,625 + 20,625 + 0,625}{8}$$

$$\overline{dm} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{N} = \frac{68,75}{8} = 8,593$$

Esto significa que el promedio de separación de todos los valores respecto a la media aritmética (30,625) es 8,593.

Desviación Estándar O Desviación Típica: Es la raíz cuadrada del cociente entre la sumatoria de los cuadrados de las diferencias obtenidas en la desviación media y el número total de datos. Matemáticamente la desviación estándar es:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N}}$$

Ejemplo:

La desviación estándar de los minutos que demora un grupo de estudiantes en llegar al colegio: 30, 45, 15, 20, 25, 30, 50, 30, sería:

1) Calculamos la media aritmética:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{30 + 45 + 15 + 20 + 25 + 30 + 50 + 30}{8} = \frac{245}{8} = 30,625$$

4) Hallamos la diferencia entre cada dato y la media aritmética y determinamos los cuadros:

$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
$30 - 30,625 = -0,625$	0,390625
$45 - 30,625 = 14,375$	206,640625



$15 - 30,625 = -15,625$	244,140625
$20 - 30,625 = -10,625$	112,890625
$25 - 30,625 = -5,625$	31,640625
$30 - 30,625 = -0,625$	0,390625
$50 - 30,625 = 20,625$	425,390625
$30 - 30,625 = 0,625$	0,390625
$\sum (x_i - \bar{x})^2$	1021,875

2) Se determina la sumatoria de los cuadrados.

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 = 1021,875$$

3) Aplicamos la fórmula de la desviación estándar y obtenemos su valor:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N}} = \sqrt{\frac{1021,875}{8}} = \sqrt{127,734375} = 11,30$$

Con la desviación estándar se obtiene que el promedio de separación de todos los valores respecto a la media aritmética (30,625) es 11,30.

Los valores obtenidos en la dispersión indican que mientras más altos son, mayor es la separación de los datos con respecto a la media.

ACTIVIDADES:

a) Dado el siguiente conjunto de datos: 5, 6, 8, 4, 7, 6, 4, 7, 6, 3, 5, 9.

Halle el rango, desviación media y desviación estándar.

b) Una agencia bancaria está pensando realizar una promoción para los clientes de una de sus agencias, toma como muestra a la principal y a una que se encuentra ubicada dentro de un centro comercial. Los ingresos promedios por día en cada una de las agencias es:

Principal: Depósito promedio: 150 000, desviación típica: 25 000



Sucursal: Depósito promedio: 120 000, desviación típica: 15 000

Se resuelve realizar la promoción en el local que tenga los depósitos más homogéneos ¿En cuál de las dos agencias se realizará la promoción?

GRUPO DE EXPERTOS 4

“Trabajar en equipo significa que no todos corran hacia la izquierda cuando allí quede picando la pelota”.

Anónimo

Distribución de frecuencias:

Luego de recolectar de los datos hay que organizarlos, para lo cual se puede utilizar una tabla de frecuencias, en donde se encuentra la información de manera resumida, en donde, se muestran las variables y el total de veces que aparecen en los datos recolectados, es decir su frecuencia. Las frecuencias pueden ser:

- Frecuencias absolutas
- Frecuencias relativas
- Porcentajes
- Frecuencias absolutas acumuladas
- Frecuencias relativas acumuladas
- Porcentajes acumulados.

Frecuencia absoluta: es el número de veces que se repite cierto valor o dato se representa con f_i .



En una tabla de frecuencias absolutas, en la primera columna van las variables y en la segunda la frecuencia absoluta, que se obtiene de contar las veces que se repite cada dato.

Ejemplo:

Se preguntó a un grupo de personas, la edad en que probaron por primera vez licor, las respuestas obtenidas fueron: 11, 10, 12, 14, 14, 17, 13, 13, 17, 10, 10, 10, 11, 14, 11, 14, 13, 12, 12, 11, 10.

Con los datos elabore una tabla de frecuencias absolutas.

EDAD	f_i
10	5
11	4
12	3
13	3
14	4
17	2
TOTAL	21

Tabla 1.1

Interpretación de algunos casos:

- 5 personas probaron por primera vez alcohol a los 10 años.
- Solo 2 personas probaron por primera vez alcohol a los 10 años.
- En total se preguntó a 21 personas

Frecuencia relativa: es el cociente entre la frecuencia absoluta y el número total de la muestra, se representa con f_r .

$$f_r = \frac{\text{frecuencia absoluta}}{\text{número total de la muestra}}$$

Ejemplo:

De la tabla 1.1 elaborada en el ejemplo anterior obtenga las frecuencias relativas.

DATO	f_i	Cálculo	f_r
10	5	5/21	0,238
11	4	4/21	0,190
12	3	3/21	0,143



13	3	6/21	0,143
14	4	4/21	0,190
17	2	2/21	0,095
TOTAL	21		1,00

Tabla 1.2

Porcentajes:

La frecuencia relativa es el tanto por uno, por lo que para poder interpretar los resultados obtenidos es conveniente expresarlos en porcentajes, los mismos que se obtienen al multiplicar la frecuencia relativa por el 100%.

$$\text{Porcentaje} = f_r(100\%)$$

Ejemplo:

Hallar el porcentaje de la tabla 1.2

EDAD	f_i	f_r	Cálculos	Porcentajes
10	5	0,238	0,238(100%)	23,8
11	4	0,190	0,190(100%)	19,0
12	3	0,143	0,143(100%)	14,3
13	3	0,143	0,143(100%)	14,3
14	4	0,190	0,190(100%)	19,0
17	2	0,095	0,095(100%)	9,5
TOTAL	21	1,00		100

Tabla 1.3

Interpretación de algunos casos:

- El 19% de los encuestados afirma que probó alcohol por primera vez a los 13 y 14 años.
- Aproximadamente el 10% de la muestra responde que probó alcohol por primera vez a los 17 años.



Frecuencias acumuladas: es la suma de cada una de las frecuencias absolutas con las frecuencias antecedentes. La frecuencia acumulada permite determinar cuántos elementos tienen una frecuencia menor o igual a un cierto valor.

Ejemplo:

De la tabla 1.1, elabore la columna de frecuencias acumuladas:

DATO	f_i	Cálculos	Frecuencias acumuladas f_a
10	5	5	5
11	4	$5 + 4$	9
12	3	$5 + 4 + 3$	12
13	3	$5 + 4 + 3 + 3$	15
14	4	$5 + 4 + 3 + 3 + 4$	19
17	2	$5 + 4 + 3 + 3 + 4 + 2$	21
TOTAL	21		

Tabla 1.4

Interpretación de algunos casos:

- 9 personas admiten que han empezado a beber antes de los 12 años.
- 19 personas responden que han empezado a beber antes de los 17 años.

ACTIVIDADES:

- Con los siguientes datos que corresponden al número de faltas de ortografía que cometen un grupo de estudiantes. Elabore una tabla de frecuencias, calcule las frecuencias relativas, porcentajes y frecuencias acumuladas: 0, 3, 1, 2, 0, 2, 1, 3, 0, 4, 0, 1, 1, 4, 3, 5, 3, 2, 4, 1, 5, 0, 2, 1, 0, 0, 0, 0, 2, 1, 2, 1, 0, 0, 3, 0, 5, 3, 2, 1.
- A un grupo de jóvenes de los primeros de bachillerato se ha preguntado sobre el tipo de música que prefieren. Los datos obtenidos se han reflejado en la siguiente tabla. Completa los valores que faltan.



TIPO DE MÚSICA	f	f_r	f_a
Rock	16		
Pop		21/75	
Reggaetón			
Tecno	18		
Romántica		9/75	
TOTAL	75		

GRUPO DE EXPERTOS 5

“El trabajo en equipo es el combustible para el vehículo del logro”.

Anónimo

Construcción de tablas con datos agrupados

Cuando los valores de las variables son muchos, superiores a 30, es conveniente agruparlos en intervalos de esta manera se facilitara el análisis y la interpretación.

Conceptos básicos:

Antes de construir una tabla de datos veamos los siguientes conceptos:

Intervalos o clases: son los subconjuntos que se forman a partir de los datos obtenidos, los cuales tienen la misma amplitud y están formados por un extremo inferior y un extremo superior, por ejemplo, 10-20, representa un intervalo.

Límite inferior: es el menor de los valores de una clase o intervalo.

Límite superior: es el mayor de los valores de una clase o intervalo.

En el intervalo 10-20,

El límite inferior es el: 10



El límite superior es el: 20

Marca de clase: Es el punto medio de cada intervalo, se calcula con:

$$\text{marca de clase} = \frac{\text{límite inferior} + \text{límite superior}}{2}$$

PASOS PARA AGRUPAR DATOS:

- 1) Determinar el rango o recorrido de los datos:

$$\text{Rango} = \text{Valor mayor} - \text{Valor menor}$$

- 2) El número de intervalos puede variar entre 5 o 15, dependiendo del número total de datos, para facilitar la determinación del número de intervalos, se presenta la siguiente tabla:

Número de datos	Número de intervalos recomendados
20 – 50	6
51 – 100	7
101 – 200	8
201 – 500	9
501 – 1 000	10
Más de 1 000	11 - 15

FUENTE: Galindo, Edwin

- 3) Se determina la amplitud clase de cada intervalo, para ello se divide el rango para el número de intervalos tomado de la tabla del punto 2).

$$\text{amplitud de clase} = \frac{\text{Rango}}{\text{número de intervalos}}$$

El valor obtenido del cociente debe ser redondeado para obtener una amplitud que tenga igual número de decimales que los datos obtenidos de la muestra.



- 4) El límite inferior del primer intervalo es el menor de los datos recopilados y el superior es la suma del inferior más la amplitud de clase calculada en el paso 3.
- 5) Los siguientes intervalos se obtiene poniendo como límite inferior el siguiente dato al límite superior antecedente y como superiores los resultados de las sumas.
- 6) En las frecuencias se anotaron los valores que corresponden a cada intervalo.

Ejemplo:

Dadas las siguientes calificaciones de un examen cálculo, obtenidas por un grupo de estudiantes universitarios, construir una tabla de frecuencias, de datos agrupados y hallar la marca de clase:

44	13	47	27	55	41	58	35	58	48
37	45	55	32	45	48	54	78	66	58
66	57	30	72	57	81	33	63	54	79
45	82	36	45	51	24	79	26	33	60
53	35	22	18	58	47	35	64	68	42

- a) Determinamos el rango de los datos:

$$\text{Rango} = \text{Valor mayor} - \text{Valor menor} = 82 - 13 = 69$$

- b) El total de datos recolectados son 50, por lo que el número de intervalos recomendado es 6.

- c) Calculamos la amplitud de clase:

$$\text{amplitud de clase} = \frac{\text{Rango}}{\text{número de intervalos}} = \frac{69}{6} = 11,5 \approx 11$$

- d) Hallamos el primer intervalo, el cual será la base para los demás:



Límite inferior: 13

Límite superior: $13 + 11 = 24$

e) Las clases serán entonces:

Clases	Cálculos	Marcas de clase
13 - 24	$(13 + 24)/2$	18,5
25 - 36	$(25 + 36)/2$	30,5
37 - 48	$(37 + 48)/2$	42,5
49 - 60	$(49 + 60)/2$	54,5
61 - 72	$(61 + 72)/2$	66,5
73 - 84	$(73 + 84)/2$	78,5

f) Procedemos entonces a obtener la frecuencias, para ello tabulamos los datos obtenidos, de la siguiente manera:

Clase	Marca de clase	Tabulación	frecuencia
13 - 24	18,5		4
25 - 36	30,5		10
37 - 48	42,5		12
49 - 60	54,5		13
61 - 72	66,5		6
73 - 84	78,5		5
TOTAL			50

Frecuencia relativa: es el cociente entre la frecuencia absoluta y el número total de la muestra, se representa con f_r

$$f_r = \frac{\text{frecuencia absoluta}}{\text{número total de la muestra}}$$

Porcentajes: La frecuencia relativa es el tanto por uno, por lo que para poder interpretar los resultados obtenidos es conveniente expresarlos en porcentajes, los mismos que se obtienen al multiplicar la frecuencia relativa por el 100%.

$$\text{Porcentaje} = f_r(100\%)$$



Frecuencias acumuladas: La frecuencia acumulada es la suma de cada una las frecuencias absolutas con las frecuencias antecedentes. La frecuencia acumulada permite determinar cuántos elementos tienen una frecuencia menor o igual a un cierto valor.

Ejemplo:

De los datos correspondientes a las calificaciones obtenidas en el examen de cálculo, determine las frecuencias, absolutas, porcentajes y las frecuencias acumuladas:

Clases	Marca de clase	frecuencia	Frecuencias relativas	Porcentajes	Frecuencias acumuladas
13 - 24	18,5	4	$4/50 = 0,08$	8	4
25 - 36	30,5	10	$10/50 = 0,2$	20	14
37 - 48	42,5	12	$12/50 = 0,24$	24	26
49 - 60	54,5	13	$13/50 = 0,26$	26	39
61 - 72	66,5	6	$6/50 = 0,12$	12	45
73 - 84	78,5	5	$5/50 = 0,10$	10	50
TOTAL		50		1,00	

Interpretación de algunos resultados:

- El 24% de los estudiantes han obtenido calificaciones entre 37 a 48
- El 10% de los estudiantes han obtenido calificaciones entre 73 y 84.
- 26 estudiantes han obtenido calificaciones menores a 37.
- 39 estudiantes han obtenido calificaciones menores a 61.

ACTIVIDADES:



Con los siguientes datos elabore una tabla de datos agrupados y realice la interpretación de tres resultados:

80	98	75	69	81	58	97	67	64
70	88	85	88	75	70	98	83	
61	52	76	81	63	82	108	109	
85	90	64	95	73	94	105	78	
100	96	92	100	88	78	96	89	

ACTIVIDADES PARA LOS GRUPOS BASE

“En la unión está la fuerza”

Simón Bolívar.

En el portafolio de evidencias desarrollar las siguientes actividades, las mismas que luego de finalizar el trabajo grupal, deberán ser entregadas al profesor.

- 1) En un parque infantil hacen una encuesta de las edades de los niños/as que están jugando y obtienen: 5, 3, 4, 3, 6, 8, 7, 6, 5, 2, 4, 3, 9, 11, 7, 6, 3, 5, 2, 3, 6, 8 y 6 años.
 - a) Ordénelos en una tabla de frecuencia:
 - b) Halle la moda, mediana y media aritmética
- 2) Si las notas obtenidas en un examen por unos estudiantes son: 7, 10, 7, 6, 9, 4, 5, 7, 4, 3, 5 y 2, averigüe:
 - a) La frecuencia de la nota: 7 _____, 3 _____, 2 _____
 - b) La frecuencia relativa del 7: _____ 4: _____ 5: _____ 6: _____
 - c) La frecuencia relativa en porcentaje de la nota 7 es: _____
 - d) La suma de las frecuencias relativas es: 12 _____ 1 _____ 100 _____

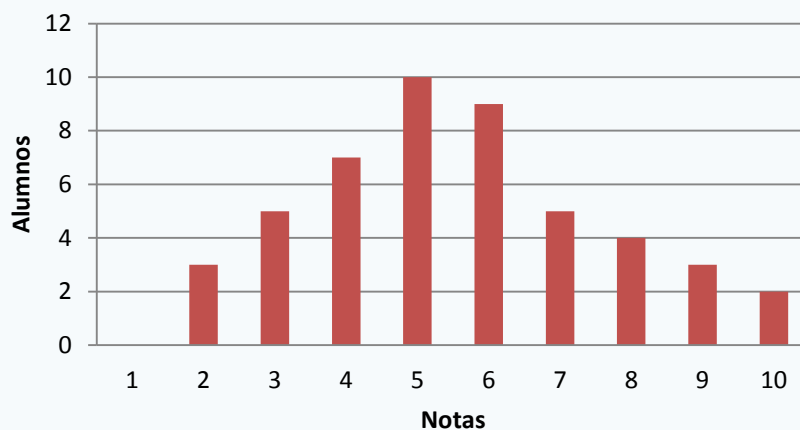


e) La suma de las frecuencias absolutas: 69_____ 12_____ 100_____

f) La suma de las frecuencias relativas en porcentaje es: 12%_____

69%_____ 100% _____

3) Dado el siguiente gráfico:



a) ¿Cuántos alumnos tiene la clase?

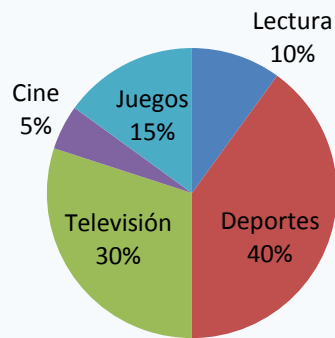
b) ¿Cuál es la moda?

c) ¿Cuál es la nota media de la clase?

4) El siguiente diagrama de sectores se representa el porcentaje de tiempo que los alumnos de un colegio destinan a actividades recreativas.

a) ¿Qué actividad es la más popular?

b) Si el colegio tiene 1840 alumnos, ¿cuántos alumnos realizan las distintas actividades recreativas?



- 5) En una empresa industrial se ha registrado el tiempo, en minutos, que las obreros emplean en realizar el ensamblaje de una parte de un electrodoméstico. Con tal información se ha construido la tabla adjunta. La información correcta que se obtiene de la tabla es:

- a) El 30% de los obreros emplean menos de 30 minutos en el ensamblaje.
- b) El 25% de los obreros emplean 40 o más minutos en realizar el ensamblaje.
- c) 17 obreros emplearon más de 35 minutos en el ensamblaje.
- d) El 25% de los obreros emplearon 34 minutos en el ensamblaje.
- e) Al menos, la mitad de los operarios emplean media hora en el ensamblaje.

Tiempo (min)	No. de casos
25 – 29	3
30 – 34	10
35 – 39	17
40 – 44	6
45 – 49	4

- 6) En una ciudad, se midió con radar la velocidad, en km/h, de 50 motocicletas que pasaron frente a un paso desnivel. Los datos obtenidos se muestran a continuación: 90, 85, 110, 80, 75, 120, 105, 100, 103, 98, 96,



89, 135, 108, 125, 130, 120, 102, 97, 86, 132, 128, 115, 142, 106, 102, 95, 89, 96, 107, 121, 132, 126, 128, 134, 138, 139, 110, 123, 108, 102, 98, 92, 90, 128, 135, 138, 143, 109, 133.

- a) Realice una tabla de frecuencias con intervalos
- b) Halle la moda, mediana y media aritmética
- c) Elabore el histograma y polígono de frecuencias correspondiente
- d) Halle las frecuencias relativas, porcentajes y las frecuencias acumuladas
- e) Dibuje la ojiva
- f) Realice la interpretación de algunos datos

7) Una muestra de 20 empleados de cierto centro comercial, obtuvo como salario quincenal, los siguientes datos: 340, 240, 330, 240, 325, 240, 240, 305, 240, 300, 240, 290, 240, 280, 240, 280, 255, 265, 255, 265.

Calcular: las medidas de tendencia central y las correspondientes desviaciones.

8) Resuelva los siguientes ejercicios:

- a) Al finalizar un programa de televisión, se realiza una encuesta, de la cual se obtienen los siguientes resultados: a 20 les agradó el programa; a 5 no les agradó; 20 miraron otros programas; 5 no miraron televisión. ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir al azar un encuestado que miró televisión, sea el que vio el programa?
- b) Calcular la probabilidad de, en una carrera de 12 caballos, acertar los 3 que quedan primeros (sin importar cuál de ellos queda primero, cual segundo y cual tercero).



- c) ¿De cuántas maneras pueden sentarse 10 personas en un banco si hay 4 sitios disponibles?
- d) Una rueda está dividida en 8 sectores iguales, numeradas del 1 al 8. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número impar y mayor que 3?
- e) Escriba todas las permutaciones que pueden formarse con las letras de las palabras que se dan: a) Las letras de ROMA, b) Las letras de VIVIR.
- f) Un barco dispone de 8 banderas. ¿Cuántas señales puede mostrar si cada señal consiste en tres banderas colocadas verticalmente en un asta?
- g) En una familia de 6 personas se acuerda que cada día se encarguen 2 de las tareas domésticas. ¿Cuántos grupos distintos se pueden formar?

Tercera actividad grupal:

Una vez que los grupos de expertos hayan realizado las actividades propuestas en el material entregado, deben de volver a su grupo base, donde cada uno enseñara a sus compañeros el tema aprendido en el grupo de expertos, luego de lo cual deben resolver las actividades entregadas a cada grupo base, cuidando siempre que todos entiendan tanto los contenidos, como los procedimientos pues luego cualquier miembro del grupo puede ser escogido para que realice uno de ellos en la pizarra. La nota del grupo dependerá de la realización de ese ejercicio.

Quinta actividad grupal:

En esta actividad los estudiantes realizarán una reflexión sobre el trabajo realizado, los logros alcanzados y las dificultades encontradas, buscando siempre rescatar lo bueno y corregir lo malo estableciendo compromisos para mejorar.

Segunda parte:



Sexta actividad grupal:

En esta parte se estudian los temas que faltan para cumplir los lineamientos básicos requeridos para el Primero de Bachillerato dentro de la Estadística y Probabilidad.

Se conservan los grupos de expertos y base de las actividades anteriores. Se entregan los nuevos temas a los grupos de expertos para que sean trabajados al igual que en la primera parte.

El contenido científico preparado para los cinco grupos de expertos se muestra a continuación:

GRUPO DE EXPERTOS 1

“Lo más hermoso del trabajo en equipo es que siempre tienes a otros de tu lado”

Margaret Carty

Gráficos estadísticos

“Un gráfico estadístico es una representación visual de una serie de datos estadísticos. Es una herramienta muy eficaz, ya que un buen gráfico:

- Capta la atención del lector;
- Presenta la información de forma sencilla, clara y precisa;
- No induce a error;
- Facilita la comparación de datos y destaca las tendencias y las diferencias;
- Ilustra el mensaje, tema o trama del texto al que acompaña.” (INE.ES)



Los principales gráficos estadísticos son:

a) DIAGRAMA DE BARRAS:

Es un gráfico que utiliza rectángulos de diferente tamaño para mostrar la diferencia entre los datos obtenidos. Los rectángulos pueden ser horizontales o verticales.

PASOS PARA DIBUJAR UN DIAGRAMA DE BARRAS:

- 1) Se dibuja el primer cuadrante de un sistema de coordenadas
- 2) Cada uno de los ejes representa las variables que se van a representar.

Si las barras que se van a utilizar son verticales, la variable independiente va en el eje horizontal y la dependiente en el vertical,

pero si las barras son horizontales en el eje vertical irá la variable independiente, y en el horizontal la dependiente.

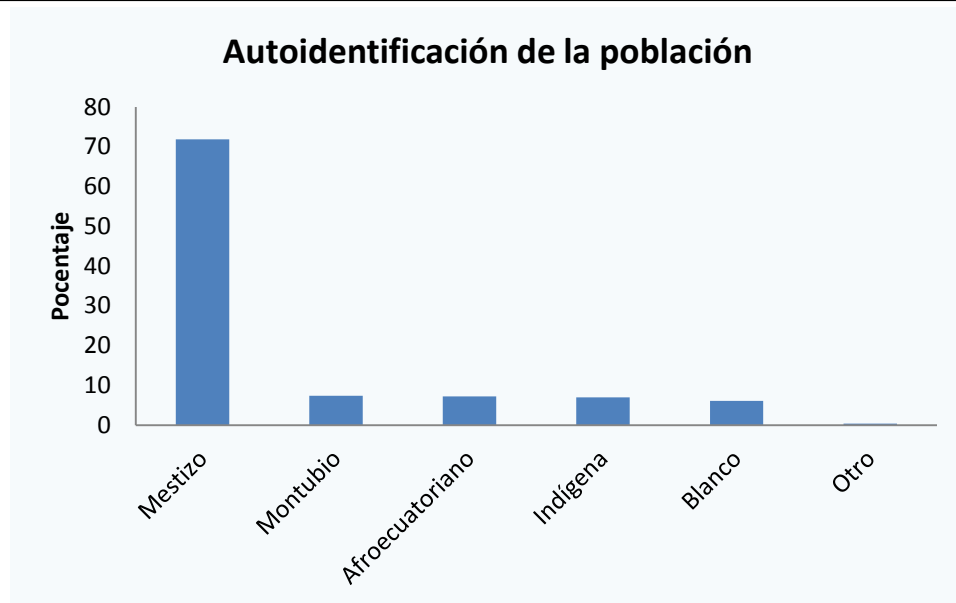
- 3) Se dibujan los rectángulos de igual ancho, separados unos de otros una distancia, la longitud o altura dependerá las veces que se repita el dato.

Ejemplo:

La siguiente tabla muestra la autoidentificación de la población ecuatoriana:

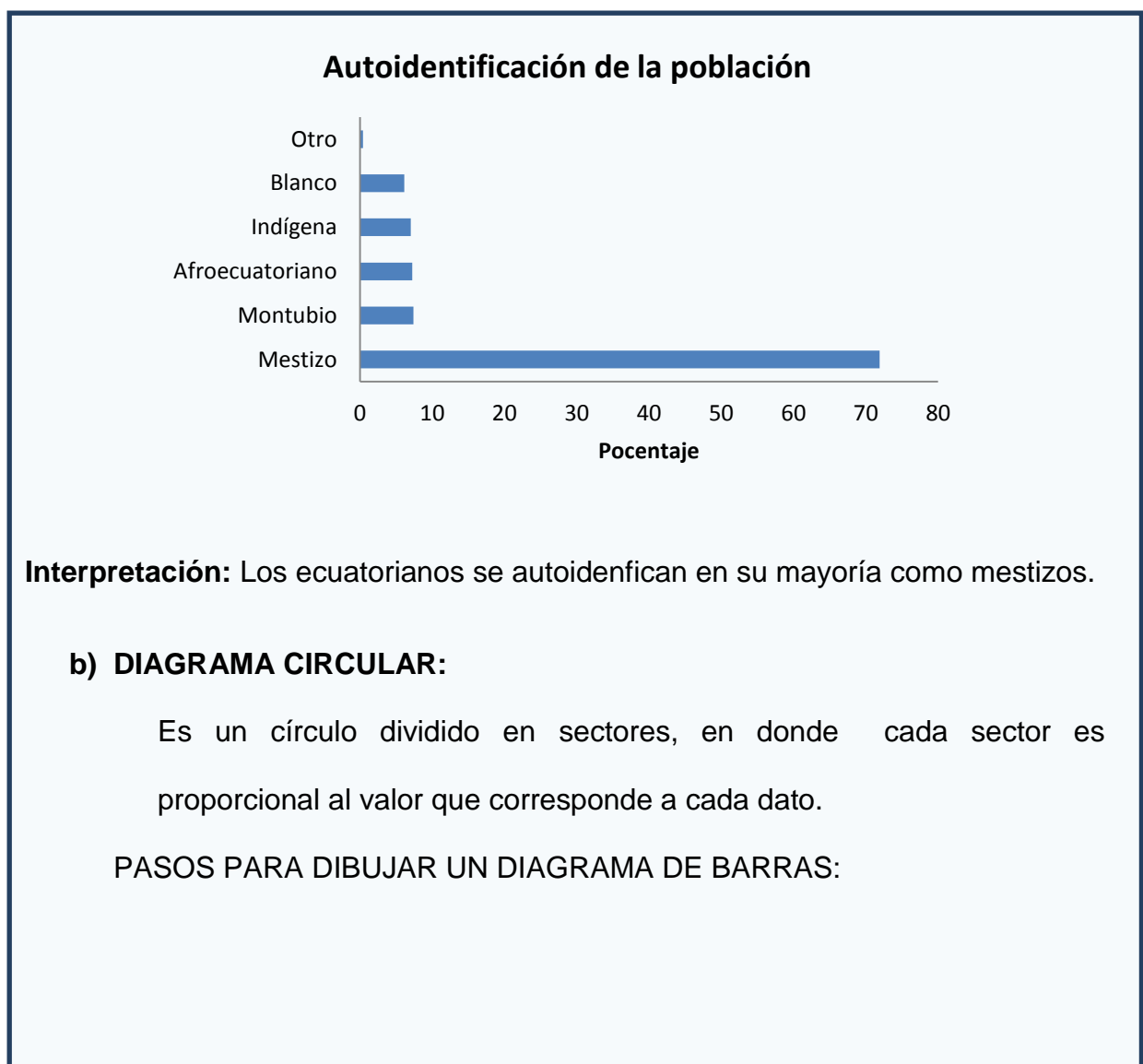
RAZA	PROCENTAJE
Mestizo	71,9
Montubio	7,4
Afroecuatoriano	7,2
Indígena	7,0
Blanco	6,1
Otro	0,4

Fuente: INEC. Censo del 2010



Interpretación: Los ecuatorianos se autoidenfican en su mayoría como mestizos.

Los datos representados en gráfico de barras horizontal:



Interpretación: Los ecuatorianos se autoidenfican en su mayoría como mestizos.

b) DIAGRAMA CIRCULAR:

Es un círculo dividido en sectores, en donde cada sector es proporcional al valor que corresponde a cada dato.

PASOS PARA DIBUJAR UN DIAGRAMA DE BARRAS:



- 1) Se obtiene el total de los valores que corresponden a cada variable independiente.
- 2) Para dividir el círculo en sectores, se aplica proporciones en las que como dato fijo siempre tendrán 360° que es una circunferencia y el total obtenido en el paso uno. Por lo que la proporción que daría de la siguiente manera:

$$\frac{x^\circ}{360^\circ} = \frac{\text{valor de la variable independiente}}{\text{total de los valores}}$$

- 3) Con el transportador se miden los grados obtenidos para cada sector.
- 4) Se pinta de diferentes colores cada sector y se indica la variable que representa.

Ejemplo:

Representar en un diagrama circular los campeonatos obtenidos en la serie A del fútbol ecuatoriano:

Equipo	No. de Campeonatos obtenidos
Emelec	11
Barcelona	14
Deportivo Quito	5
El Nacional	13
Liga de Quito	10
Deportivo Everest	1
C. D. Olmedo	1
Deportivo Cuenca	1
TOTAL	56

FUENTE: ECUAFUTBOL.ORG

- a) Una vez que se ha obtenido el total, se procede a determinar los sectores circulares:



$$\frac{x^{\circ}}{360^{\circ}} = \frac{\text{valor de la variable independiente}}{\text{total de los valores}}$$

Equipo	Cálculos	Ángulo
Emelec	$\frac{x^{\circ}}{360^{\circ}} = \frac{11}{56} \Rightarrow x^{\circ} = \frac{11}{56} (360^{\circ}) = 70,7^{\circ}$	70,7°
Barcelona	$\frac{x^{\circ}}{360^{\circ}} = \frac{14}{56} \Rightarrow x^{\circ} = \frac{14}{56} (360^{\circ}) = 90^{\circ}$	90°
Deportivo Quito	$\frac{x^{\circ}}{360^{\circ}} = \frac{5}{56} \Rightarrow x^{\circ} = \frac{5}{56} (360^{\circ}) = 32,1^{\circ}$	32,1°
El Nacional	$\frac{x^{\circ}}{360^{\circ}} = \frac{13}{56} \Rightarrow x^{\circ} = \frac{13}{56} (360^{\circ}) = 83,6^{\circ}$	83,6°
Liga de Quito	$\frac{x^{\circ}}{360^{\circ}} = \frac{10}{56} \Rightarrow x^{\circ} = \frac{10}{56} (360^{\circ}) = 64,3^{\circ}$	64,3°
Deportivo Everest	$\frac{x^{\circ}}{360^{\circ}} = \frac{1}{56} \Rightarrow x^{\circ} = \frac{1}{56} (360^{\circ}) = 6,4^{\circ}$	6,4°
C. D. Olmedo	$\frac{x^{\circ}}{360^{\circ}} = \frac{1}{56} \Rightarrow x^{\circ} = \frac{1}{56} (360^{\circ}) = 6,4^{\circ}$	6,4°
Deportivo Cuenca	$\frac{x^{\circ}}{360^{\circ}} = \frac{1}{56} \Rightarrow x^{\circ} = \frac{1}{56} (360^{\circ}) = 6,4^{\circ}$	6,4°
TOTAL		360°

b) Con el transportador se dibuja los ángulos obtenidos para cada sector

Número de campeonatos obtenidos



FUENTE: ECUAFUTBOL.ORG

Interpretación: Por el tamaño del sector se puede ver que el Barcelona es el equipo que más campeonatos ha ganado, seguido por el Nacional, luego



por el Emelec y por la Liga de Quito, mientras que el tamaño del sector circular del Deportivo Everest, Olmedo y el Deportivo Cuenca es el mismo, por lo que se concluye que los tres equipos han ganado el mismo número de campeonatos.

c) DIAGRAMA DE LÍNEAS:

Es un gráfico que utiliza puntos para representar los valores obtenidos, los mismos que van conectados a través de segmentos.

Este tipo de gráficos se emplea generalmente para mostrar los cambios de la variable en un periodo de tiempo.

PASOS PARA DIBUJAR UN DIAGRAMA DE LÍNEAS:

- 1) Se dibuja el primer cuadrante de un sistema de coordenadas.
- 2) En el eje horizontal se coloca el tiempo (horas, semanas, meses, años).
- 3) En el eje vertical se coloca los datos que se hayan obtenido.
- 4) Por cada periodo de tiempo se coloca un punto de acuerdo a los datos obtenidos.
- 5) Se une consecutivamente los puntos con segmentos.

Ejemplo:

Representar en un diagrama de línea la producción promedio de petróleo ecuatoriano por día de enero a octubre de 2013:

MESES	PRODUCCIÓN PROMEDIO / DÍA (Miles de Barriles)
Enero	505
Febrero	509
Marzo	504
Abril	516

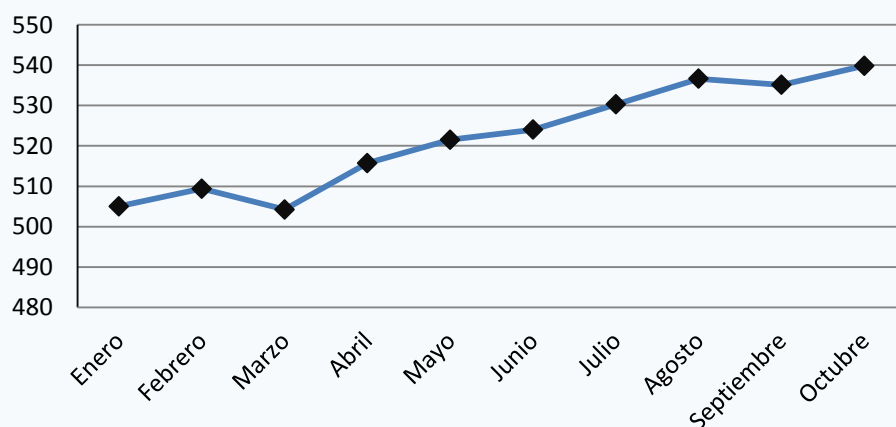


Mayo	522
Junio	524
Julio	530
Agosto	537
Septiembre	535
Octubre	540

FUENTE: BANCO CENTRAL DEL ECUADOR

- 1) Dibujamos el primer cuadrante, en el eje horizontal colocamos los meses en forma ordenada, desde enero a octubre y en el eje vertical la producción de petróleo. Por cada mes colocamos un punto dependiendo de la producción.

Producción promedio/día de petróleo



FUENTE: BANCO CENTRAL DEL ECUADOR

Interpretación: La mayor producción promedio de petróleo se ha producido en octubre, mientras que la menor ha sido en marzo.

d) GRÁFICO DE TALLO Y HOJAS:



Es una representación semi-gráfica, que se utiliza para pocos valores, se emplea principalmente para mostrar las características de los datos como: localización, dispersión y simetría.

PASOS PARA CONSTRUIR UN GRÁFICO DE TALLOS Y HOJAS:

- 1) Redondear los datos a tres cifras y expresarlos en unidades convenientes.
- 2) Formar una tabla de dos columnas de la siguiente manera:
 - 2.1) Si los valores tienen dos dígitos, en la columna de la izquierda se escriben las decenas sin repetir (el tallo) y en la de la derecha las unidades (las hojas), todas las veces que aparezcan.
 - 2.2) Si los datos tienen tres dígitos, la columna de la izquierda, el tallo, se formara por las cifras de las centenas y decenas y la columna de la derecha, las hojas, por las unidades.
- 3) Cada tallo define una clase, y se escribe una sola vez, mientras que el número de hojas representa la frecuencia de dicha clase.

Ejemplo:

Los siguientes datos corresponden al número de estudiantes por paralelo de Educación Básica que hay en el colegio, con los datos elabore un diagrama de tallo y hojas.

40, 31, 23, 25, 34, 23, 31, 41, 24, 31, 42, 25, 32, 33, 33, 34.

- a) Como los datos tienen dos dígitos, los tallos estarán formados por las decenas, la cuales escribimos en forma ordenada una bajo la otra, sin repetirlas:



Tallo	Hojas
2	
3	
4	

- b) A continuación escribimos las hojas, es decir las unidades que corresponde a cada decena:

Tallo	Hojas
2	3 5 3 4 5
3	1 4 1 1 2 3 3 4
4	0 1 2

Interpretación de algunos valores:

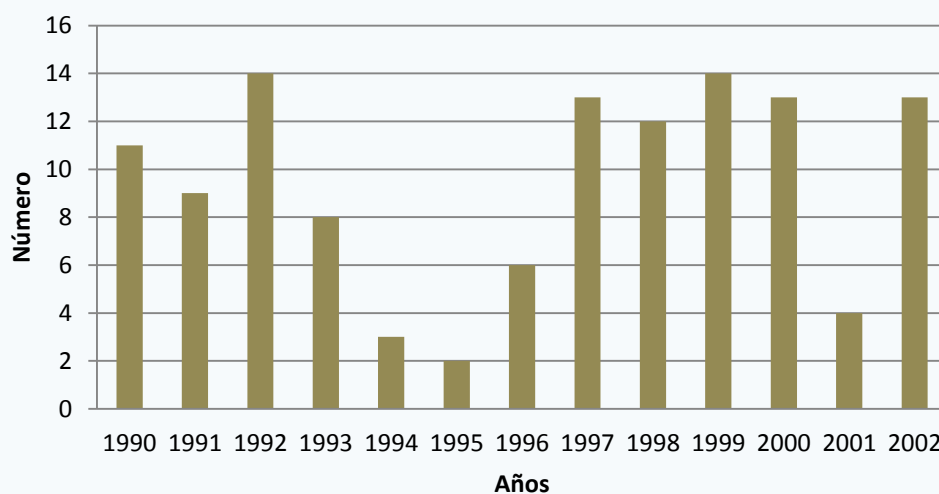
- Contando las hojas podemos determinar cuál es el número total de datos que en este caso es 16.
- Hay 3 cursos que tienen más de 40 estudiantes.
- La mayoría de los cursos oscilan entre los 31 y 34 estudiantes.

ACTIVIDADES:

- a) En clase, se pregunta a los estudiantes, ¿cuál es su deporte preferido?, y se han obtenido los siguientes resultados: 16 el fútbol, 10 el baloncesto, 5 la natación, 7 atletismo y 2 montañismo. Expresa estos datos mediante un diagrama de sectores.
- b) En el siguiente gráfico se muestra la cantidad de emergencias que resultaron graves desde 1990 al 2002:
- De acuerdo al gráfico ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones es falsa?



- a) Los años en los cuales se registran la mayor cantidad de emergencias fueron los años 1999 y 1994.
- b) El año 1990, 2000 y 2002 se registraron la misma cantidad de emergencias
- c) En 1995 fue el año que se registraron menos emergencias
- d) La cantidad de emergencias que se registraron hasta 1995 es menor que la cantidad de emergencias que se registran desde 1996 hasta el 2002.
- e) La cantidad de emergencias que se registraron en 1992 y 1993 es igual a la cantidad de emergencias que se registraron en 1999 y 2001.



- c) Se ha obtenido la siguiente información sobre el número de transacciones mensuales de carteras gestionadas por una importante compañía de crédito. Con los datos elabore un diagrama de tallo y hojas:



UNIVERSIDAD DE CUENCA

17	25	32	41	31
28	27	39	36	25
19	21	28	26	30
32	26	27	34	21
24	20	25	31	22

GRUPO DE EXPERTOS 2

“Los cinco dedos separados son cinco unidades independientes. Cíérrelos y el puño multiplica la fuerza. Esta es la organización.”

James Cash Penney

Representación gráfica de frecuencias:

Cuando se tiene una gran cantidad de datos, estos suelen presentarse en tablas donde la variable aparece agrupada en clases o intervalos numéricos. Por ejemplo en la siguiente tabla se muestra las estaturas en cm de un grupo de personas con datos agrupados:

En esta tabla se pueden distinguir los siguientes elementos:

Intervalo: datos agrupados con la misma amplitud:

$$146 - 140 = 6$$

Frecuencia: número de veces que aparecen los valores de cada intervalo.



	ESTATURA	f_i	
	140-146	8	
	147-153	17	
	154-160	25	
	161-167	73	
	168-174	80	
Límite inferior	175-181	29	
Límite superior	182-188	16	
	189-195	2	
	TOTAL	250	Total de personas consultadas

Interpretación de algunos casos:

- 5 personas tienen una estatura comprendidas entre 154 - 160 cm.
- 29 personas tienen una estatura comprendidas entre 175 - 181 cm.
- 2 personas tienen una estatura comprendidas entre 182 - 195 cm.
- En total se la preguntado a 250 personas su estatura.

Para la representación gráfica de datos agrupados se utilizan los histogramas y polígonos de frecuencia.

HISTOGRAMA:

Es un gráfico que utiliza rectángulos de diferentes áreas. La altura de cada rectángulo corresponde a los valores de las frecuencias, por lo que el área varía solo debido a la altura. En un histograma todos los rectángulos se elaboran del mismo ancho y se dibujan unos a continuación del otro.

PASOS PARA DIBUJAR UN HISTOGRAMA:

- 1) En el eje horizontal se representan los intervalos de clase de los datos, para lo cual se escriben los límites inferiores de cada intervalo a igual espacio.

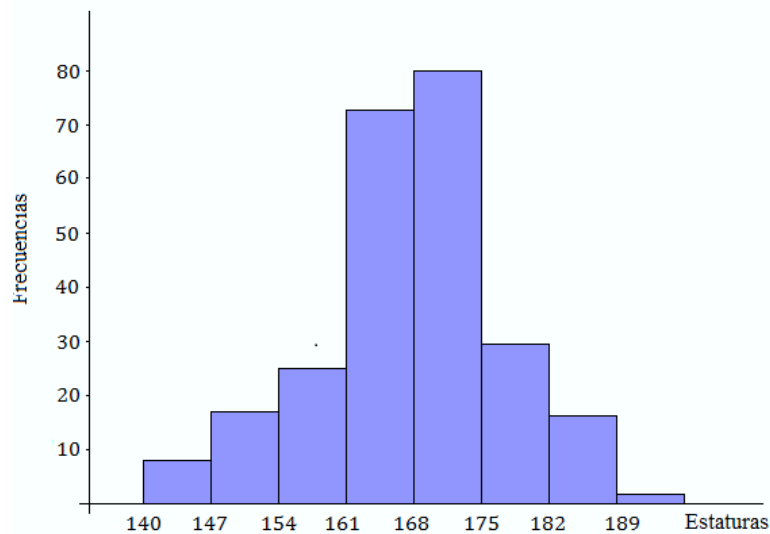


- 2) En el eje vertical se ubican las frecuencias absolutas o frecuencias relativas.
- 3) Se dibujan los rectángulos uno junto al otro (pegados), haciendo coincidir su base con los límites del intervalo respectivo y de altura igual a las frecuencias.

Ejemplo:

Dibujar un histograma con los datos de la siguiente tabla, que corresponde a la altura de un grupo de personas:

ESTATURA	f_i
140-146	8
147-153	17
154-160	25
161-167	73
168-174	80
175-181	29
182-188	16
189-195	2
TOTAL	250



POLÍGONO DE FRECUENCIAS:

Es un diagrama de línea que se utiliza para representar variables cualitativas, y se dibuja a partir de un histograma.

PASOS PARA CONSTRUIR UN POLÍGONO DE FRECUENCIAS:

- 1) Se dibuja el histograma, siguiendo los pasos indicados anteriormente.
- 2) Se determina los puntos medios de cada intervalo, para ello sumamos el límite inferior más el límite superior y dividimos para dos.

$$\bar{x} = \frac{\text{Límite inferior} + \text{Límite superior}}{2}$$

- 3) Se marcan las intersecciones de los puntos medios de cada intervalo, con las correspondientes a frecuencias, los mismos que deben quedar en la mitad de cada barra del histograma.
- 4) Se unen los puntos en forma consecutiva a través de segmentos.

Ejemplo:

Del ejemplo anterior, dibuje el polígono de frecuencias:



a) De la tabla de datos determinamos los punto medios:

ESTATURA	f_i	CÁLCULOS	\bar{x}
140-146	8	$(140 + 146)/2$	123
147-153	17	$(147 + 153)/2$	150
154-160	25	$(154 + 160)/2$	157
161-167	73	$(161 + 167)/2$	164
168-174	80	$(168 + 174)/2$	171
175-181	29	$(175 + 181)/2$	178
182-188	16	$(182 + 188)/2$	185
189-195	2	$(189 + 195)/2$	192
TOTAL	250		

b) A partir del histograma marcamos los puntos medios de cada intervalo y los unimos a través de segmentos.

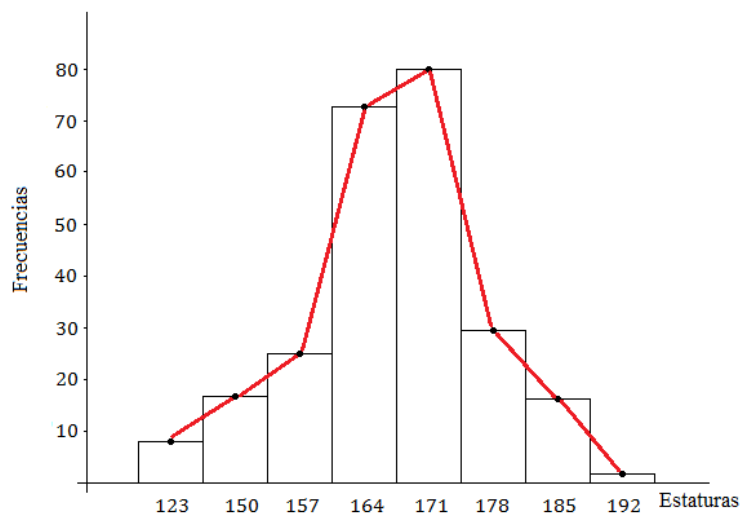


GRÁFICO DE FRECUENCIAS ACUMULADAS:

Cuando los datos están organizados en una tabla de frecuencias acumuladas, su representación gráfica se denomina **ojiva**, que es una variación de un polígono de frecuencias.

Una ojiva se utiliza cuando se desea conocer el número de datos que están por encima o por debajo de cierto valor escogido.



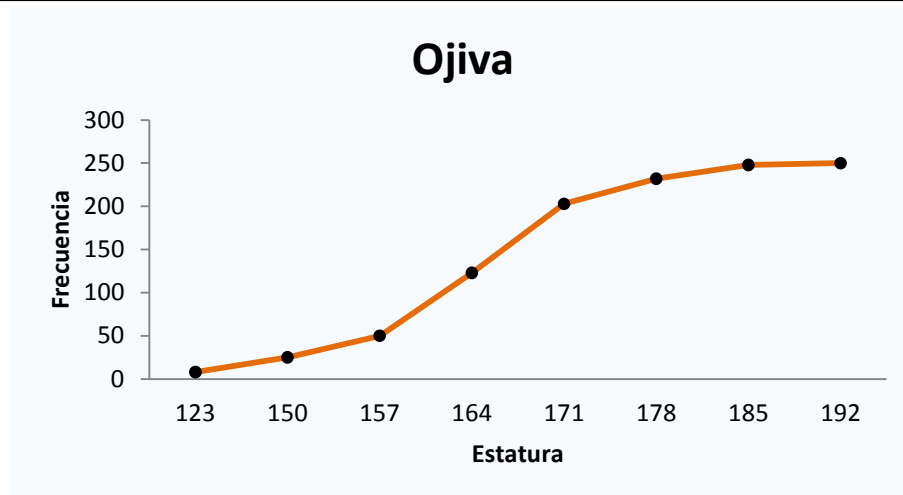
PASOS PARA CONSTRUIR UNA OJIVA:

- 1) A partir de la tabla de frecuencias absolutas, se elabora la columna de frecuencias acumuladas, para ello se suman las frecuencias individuales con sus antecedentes.
- 2) En el eje horizontal se ubican los puntos medios de cada intervalo.
- 3) En el eje vertical se colocan las frecuencias acumuladas de forma ascendente.
- 4) A través de puntos se marca la intersección entre el punto medio del intervalo y la frecuencia acumulada correspondiente.
- 5) Se unen los puntos en forma consecutiva con segmentos.

Ejemplo:

Realice una ojiva con los datos de la tabla:

ESTATURA	f_i	\bar{x}	Frecuencias acumuladas f_a
140-146	8	123	8
147-153	17	150	25
154-160	25	157	50
161-167	73	164	123
168-174	80	171	203
175-181	29	178	232
182-188	16	185	248
189-195	2	192	250
TOTAL	250		

**ACTIVIDADES:**

- a) Con la siguiente tabla de datos elabore un histograma, el polígono de frecuencias y la ojiva.

INTERVALOS	f
28,5 – 33,5	1
33,5 – 38,5	1
38,5 – 43,5	5
43,5 – 48,5	10
48,5 – 53,5	2
53,5 – 58,5	8
58,5 – 63,5	4
TOTAL	35

GRUPO DE EXPERTOS 3

“De ustedes depende. O aprendemos a pelear como equipo, o perderemos como individuos”

Al Pacino

**Técnicas de conteo:**

Son métodos que permiten conocer el número total de resultados de un experimento, sin realizar una enumeración directa.

Existen tres técnicas:

1) Regla del producto o multiplicación:

Si dos eventos **A** y **B** pueden ocurrir de **m** y **n** maneras distintas respectivamente, entonces el total de maneras distintas que pueden ocurrir en el orden indicado es: **$m \times n$** .

Esta regla se puede generalizar para más de dos eventos, es decir, se tienen los eventos **A**, **B**, **C**, y **D** que pueden ocurrir de **m**, **n**, **o**, y **p** maneras distintas respectivamente, el número total de formas distintas que pueden ocurrir es: **$m \times n \times o \times p$** .

Ejemplos:

- a) Una persona para vestirse tiene posibilidades de escoger entre 2 pares de zapatos, 3 pantalones y 4 camisas ¿de cuantas maneras puede combinar las prendas?

En este caso tenemos 2 pares de zapatos que sería el evento **A**, 3 pantalones que sería el evento **B** y 4 camisas el evento **C**, por lo tanto las distintas maneras de combinar las prendas sería:

$$A \times B \times C = 2 \times 3 \times 4 = 24$$

Por lo que existen 24 posibilidades de combinar las prendas.

- b) ¿De cuántas maneras pueden formarse 6 personas para subirse en un autobús?



El primer lugar pueden ocupar las 6 personas, el segundo lugar puede ser ocupado por 5 personas, el tercer lugar por 4, el cuarto por 3 y así sucesivamente, hasta el último lugar en el que estará 1 persona, entonces el número de maneras que puede ocurrir este evento sería:

$$6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$$

Por lo que existen 720 posibilidades de ubicar a las personas.

- c) ¿De cuántas maneras se pueden ubicar a 4 personas alrededor de una mesa?

Al ubicarse alrededor de una mesa, la posición que ocupa cada persona no es importante, como en las filas, por lo que al ocupar un puesto quedan 3, luego 2 y por último 1, por lo que el total de posibilidades es:

$$3 \times 2 \times 1 = 6$$

Es decir, existen 6 maneras de ubicar a 4 personas alrededor de una mesa.

2) Regla de la suma:

Si dos eventos **A** y **B** pueden ocurrir de **m** y **n** maneras distintas respectivamente, pero **m** y **n** no pueden suceder a la vez, entonces el total de maneras distintas que pueden ocurrir es **m + n**:

Ejemplos:

- a) Si para viajar de una ciudad A, a una ciudad B, se puede tomar 1 autobús que tiene dos carreteras o 1 tren con tres rutas, ¿cuántas rutas diferentes hay para el viaje?

Como no puede ir en autobús y tren a la vez, ni tampoco ir por más de una ruta simultáneamente, entonces:



$$m + n = 2 + 3 = 5$$

Es decir hay 5 rutas diferentes.

- b) ¿Cuántos resultados posibles se pueden obtener al lanzar un dado y una moneda a la vez?

El dado tiene 6 caras y la moneda 2, por lo que se podrían obtener:

$$m + n = 6 + 2 = 8$$

Hay 8 posibilidades.

- c) Un producto se vende en 3 mercados, en el primero se tienen disponible en 6 tiendas, en el segundo en 5 tiendas y en el tercero en 7 tiendas. ¿De cuántas maneras una persona puede adquirir dicho producto?

Como en el primer mercado hay 6 tiendas, en el segundo hay 5 y en el tercero hay 7, el producto se puede adquirir de:

$$m + n + p = 6 + 5 + 7 = 18$$

Es decir hay 18 maneras de adquirir el producto.

3) Permutación:

Las permutaciones de un número n de objetos de un conjunto es cualquiera de las diferentes maneras de ubicar esos objetos en un orden definido.

Se utiliza el símbolo nPn o $P(n)$ cuando se toman permutaciones de igual número n de elementos u objetos del conjunto.



Si se desean ordenar n objetos diferentes en una línea, el primer objeto se puede escoger de n maneras, el segundo de $n - 1$; y el tercero de $n - 2$ y así sucesivamente, hasta 1. Se calcula a partir de:

$$P(n) = n(n - 1)(n - 2)(n - 3) \dots \dots \dots 1 = n!$$

Ejemplos:

- a) ¿Cuántos números de cuatro cifras diferentes pueden formarse a partir de los números 2, 4, 6, 8?

Como son cuatro números la permutación sería:

$$P(4) = 4(4 - 1)(4 - 2)(4 - 3) = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

Pueden formarse 24 cifras diferentes.

- b) ¿Cuántas permutaciones pueden hacerse con las letras de la palabra infinito?

La palabra infinito tiene 8 letras, por lo que las permutaciones que se pueden formar son:

$$P(8) = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 40\,320$$

Se pueden realizar 40 320 permutaciones.

- c) Un estudiante tiene que contestar 8 de 10 de preguntas en un examen: a) ¿Cuántas maneras tiene de seleccionarlas?, b) ¿Cuántas maneras de seleccionar tiene si las tres primeras preguntas son obligatorias?

Para el caso a) tenemos que tomar 8 de 10 elementos, es decir la permutación sería:

$${}_{10}P(8) = 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 1\,814\,400$$

Tiene 1 814 400 maneras para seleccionar las preguntas.



Para el caso b) como las tres primeras preguntas son obligatorias, quedarían para escoger 7 de las cuales se deberán tomar 5 para tener las 8 preguntas que debe contestar, entonces la permutación será:

$$7P(5) = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 2\,520$$

Para el literal b) hay 2 520 formas para seleccionar las preguntas a contestar.

ACTIVIDADES:

- a) ¿De cuántas maneras se pueden acomodar en un estante 5 libros diferentes si se toman todos a la vez?
- b) Erika para ir a de su casa a la universidad lo hace tomando un solo bus. Si por su casa pasan 3 líneas de transporte que la llevan a la universidad, ¿de cuantas maneras diferentes, según el bus que tome, llegará Erika a la universidad? Si se sabe que la línea A tiene 3 buses, la línea B tiene 5 buses y la línea C tiene 8 buses.
- c) ¿Cuántas parejas de baile diferentes pueden formarse con 5 niños y 3 niñas?
- d) ¿Cuántos números de 5 cifras diferentes se puede formar con los dígitos: 1, 2, 3, 4, 5?
- e) ¿De cuántas formas distintas pueden sentarse ocho personas alrededor de una mesa redonda?
- f) Rosa posee 3 blusas distintas, 2 pantalones diferentes y 4 pares de zapatos diferentes. ¿De cuantas maneras distintas puede vestirse utilizando las prendas mencionadas?
- g) ¿Cuántas permutaciones de 3 elementos se forman con 3 objetos?



GRUPO DE EXPERTOS 4

“Los hombres aprenden mientras enseñan”

Séneca

Técnicas de conteo:

4) Variación o Arreglos:

Es una permutación que se obtiene a partir de un subconjunto obtenido de un conjunto dado.

Las variaciones de k elementos tomados de un conjunto de n elementos se calcula con la siguiente fórmula:

$$V(n, k) = \frac{n!}{(n - k)!}$$

Ejemplos:

- a) Tres empleados deben revisar el trabajo de 5 obreros. ¿De cuántas maneras pueden hacer las visitas de inspección a los obreros si en cada visita cada empleado revisa el trabajo de un solo obrero?

Para aplicar la fórmula tenemos: $n = 5$ y $k = 3$, entonces:

$$V(5,3) = \frac{5!}{(5 - 3)!} = \frac{120}{2} = 60$$

Las visitas se pueden hacer de 60 maneras.

- b) Halle el número de maneras en que 7 personas pueden conducir un auto si uno debe manejar y otro va de pasajero.



Para aplicar la fórmula tenemos: $n = 7$ y $k = 2$, entonces:

$$V(7,2) = \frac{7!}{(7-2)!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 42$$

Las 7 personas pueden conducir el auto de 42 maneras.

- c) ¿Cuántos puntos ordenados (x,y,z) , será posible formar con los dígitos: 0, 1, 3, 4, 7, 9, si los mismos no se pueden repetir?

Para este caso $n = 6$ y $k = 3$, entonces:

$$V(6,3) = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1} = 120$$

Hay 120 puntos posibles.

5) Combinaciones:

Es cada subconjunto que se obtiene a partir de un conjunto dado.

El número de combinaciones de un subconjunto de k elementos de un conjunto de n elementos se obtiene a través de la fórmula:

$$C(n, k) = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Ejemplos:

- a) ¿De cuántas maneras se pueden repartir tres premios si hay quince personas que compiten, suponiendo que cada una solo puede alcanzar un premio?

Para este caso $n = 15$ y $k = 3$, entonces:

$$\begin{aligned} C(15,3) &= \frac{15!}{3!(15-3)!} \\ &= \frac{15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1 (12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)} \end{aligned}$$



$$C(15,3) = \frac{2730}{6} = 455$$

Los premios se pueden repartir de 455 maneras.

- b)** Un joven quiere regalar cuatro discos y los quiere elegir entre los 10 que más le gustan ¿De cuántas maneras puede hacerlo?

Para aplicar la fórmula tenemos: $n = 10$ y $k = 4$, entonces:

$$\begin{aligned} C(10,4) &= \frac{10!}{4!(10-4)!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1 (6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)} \\ &= \frac{5040}{24} = 210 \end{aligned}$$

El joven puede elegir de 210 maneras.

- c)** ¿Cuántos equipos de básquetbol se pueden formar a partir de 9 jugadores disponibles?

Para este caso $n = 9$ y $k = 5$, entonces:

$$C(9,5) = \frac{9!}{5!(9-5)!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 (4 \times 3 \times 2 \times 1)} = \frac{3024}{24} = 126$$

Se pueden formar 126 equipos.

ACTIVIDADES:

- a)** Se tiene un lote de diez baterías para un celular. Se sabe que tres de ellas no funcionan. ¿De cuántas maneras distintas se pueden sacar tres baterías al azar y que todas funcionen?



- b) Calcule el número de formas en que un ejecutivo puede elegir a 3 de 15 empleados para un ascenso.
- c) En una bolsa hay 10 caramelos, de los cuales 6 son de limón. Una niña saca 5 caramelos de la bolsa. ¿Qué posibilidad hay de que entre esos 5 haya tres caramelos de limón?
- d) En el laboratorio de química hay 5 diferentes análisis que realizar y hay 8 alumnos para hacerlo. ¿De cuántas formas pueden ser asignados los 8 alumnos para hacer los 5 análisis?
- e) Un hospital cuenta con 21 cirujanos con los cuales hay que formar ternas para realizar guardias. ¿Cuántas ternas se podrán formar?
- f) ¿De cuántas maneras distintas pueden sentarse en una banca de 6 asientos 4 personas?

GRUPO DE EXPERTOS 5

“Enseñar es aprender dos veces”

Joseph Joubert

Probabilidad:

Experimento aleatorio: Es un evento cuyo resultado no puede ser predicho con anterioridad. Por ejemplo: El lanzamiento de un dado, extracción de una carta de una baraja, sacarse un premio en la lotería, etc.

Espacio muestral (E): Es el conjunto de todos los posibles resultados asociados a un experimento.



Ejemplos:

Lanzamiento de un dado

$$E = \{1,2,3,4,5,6\}$$

Lanzamiento de una moneda:

$$E = \{cara, sello\}$$

Extracción de una carta de una baraja:

$$E = \{52 \text{ cartas}\}$$

Evento o suceso (S): es cualquier subconjunto de espacio muestral.

Ejemplos:

Obtener un número par en el lanzamiento de un dado:

$$S = \{2,4,6\}$$

Obtener cara en el lanzamiento de una moneda:

$$S = \{cara\}$$

Obtener un cuatro de una baraja de 52 cartas:

$$S = \{4 \text{ de tréboles}, 4 \text{ de diamantes}, 4 \text{ de rojos}, 4 \text{ de negros} \}$$

Probabilidad: es el cociente entre el número de casos favorables que componen el conjunto sucesos, y el número total de casos posibles del espacio muestral, matemáticamente se expresa como:



$$P(A) = \frac{\text{Casos favorables del evento } A}{\text{Casos posibles}}$$

Esta expresión se conoce como la regla de Laplace.

Ejemplos:

a) Encontrar la probabilidad de que al lanzar una moneda al aire salga cara:

- El conjunto de casos posibles, o espacio muestral es: $E = \{cara, sello\}$
- Por lo que el número de casos posibles es: **2**.
- El conjunto de casos favorables, o sucesos es: $S = \{cara\}$
- Por lo que el número de casos favorables es: **1**
- Entonces, la probabilidad de sacar car en el lanzamiento de la moneda será:

$$P(A) = \frac{\text{Casos favorables del evento } A}{\text{Casos posibles}}$$

$$P(cara) = \frac{1}{2} = 0,5$$

Para una mayor comprensión, se suele expresar la probabilidad en porcentaje, para lo cual multiplicamos el cociente por 100%. En el caso de la moneda la probabilidad es el 50%. Es decir, hay el 50% de probabilidad de que salga cara al lanzar la moneda.

b) Si se lanza un dado, ¿Cuál es la probabilidad de un número primo?

- El conjunto de casos posibles, o espacio muestral es: $E = \{1,2,3,4,5,6\}$
- Por lo que el número de casos posibles es: **6**.



- El conjunto de casos favorables, o sucesos es: $S = \{2,3,5\}$
- Por lo que el número de casos favorables es: **3**

Entonces, la probabilidad de sacar un número primo en el lanzamiento de un dado es:

$$P(A) = \frac{\text{Casos favorables del evento } A}{\text{Casos posibles}}$$

$$P(n \text{ primo}) = \frac{3}{6} = 0,5$$

Es decir, existe el 50% de probabilidad de sacar un número primo en el lanzamiento de un dado.

- c)** Se lanzan tres dados ¿Cuál es la probabilidad de obtener 5 en los tres lanzamientos?

Si se tuviese un solo dado:

$E = \{1,2,3,4,5,6\}$, el número de casos posible es: 6

$S = \{5\}$, el número de casos favorables es: 1

La probabilidad para un dado es:

$$P(5) = \frac{1}{6}$$

Pero como son tres dados, entonces la probabilidad de obtener un cinco es:

$$P(5) = \frac{1}{6} \left(\frac{1}{6} \right) \left(\frac{1}{6} \right) = \frac{1}{216}$$

La probabilidad de obtener un 5 en el lanzamiento de un dado es: $\frac{1}{216}$

- d)** Una clase está formada por 10 mujeres y 10 hombres, la mitad de las mujeres y la mitad de los hombres estudian lengua extranjera como



segundo idioma fuera del colegio. a) ¿Cuál es la probabilidad de que al escoger un estudiante, este sea hombre o estudie lengua extranjera?, b) ¿Cuál es la probabilidad de que sea mujer y que no estudie lengua extranjera?

Para el caso a)

- El espacio muestral es $E = \{10 \text{ hombres}, 10 \text{ mujeres}\}$, el número de casos posibles es: 20
- El suceso es:
 $S = \{10 \text{ hombres}, 5 \text{ mujeres que estudian lengua extranjera}\}$, el número de casos favorables es: 15
- La probabilidad es entonces:

$$P(\text{estudiante}) = \frac{15}{20} = 0,75$$

Para el caso b)

- El espacio muestral es $E = \{10 \text{ hombres}, 10 \text{ mujeres}\}$, el número de casos posibles es: 20

- El suceso es:

$S = \{5 \text{ mujeres que no estudian lengua extranjera}\}$, el número de casos favorables es: 5

- La probabilidad es entonces:

$$P(\text{estudiante}) = \frac{5}{20} = 0,25$$

ACTIVIDADES:

- a) Se tiene un juego de naipes de 52 cartas ¿Cuál sería la probabilidad de obtener una reina roja o negra, al sacar un solo naipe?



- b)** Se tiene en una caja 7 fichas blancas, 3 rojas y 4 azules, ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer una ficha esta sea roja?
- c)** Dos personas eligen al azar, cada una de ellas, un número del 1 al 5. ¿Cuál es la probabilidad de que las dos elijan el mismo número? Si son tres personas las que eligen al azar, cada una de ellas, un número del 1 al 5, ¿cuál es la probabilidad de que las tres elijan el mismo número?
- d)** Se hace una encuesta en un grupo de 120 personas, preguntando si les gusta leer y ver la televisión. Los resultados son:
- A 32 personas les gusta leer y ver la televisión.
 - A 92 personas les gusta leer.
 - A 47 personas les gusta ver la televisión.
- Si elegimos al azar una de esas personas:
- d.1) ¿Cuál es la probabilidad de que no le guste ver la televisión?
- d.2) ¿Cuál es la probabilidad de que le guste leer, sabiendo que le gusta ver la televisión?
- d.3 ¿Cuál es la probabilidad de que le guste leer?

Séptima actividad grupal:

Una vez que los grupos de expertos hayan realizado las actividades propuestas en el material entregado, deben de volver a su grupo base, donde cada uno enseñara a sus compañeros el tema aprendido en el grupo de expertos, luego de lo cual deben resolver las actividades entregadas a cada grupo base, cuidando siempre que todos entiendan tanto los contenidos, como los procedimientos pues



luego cualquier miembro del grupo puede ser escogido para que realice uno de ellos en la pizarra. La nota del grupo dependerá de la realización de ese ejercicio.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

CONCLUSIONES:

- El trabajo grupal es una estrategia de enseñanza que para su implementación se requiere de un amplio y profundo conocimiento de los



fundamentos teóricos y metodológicos de las técnicas existentes, para lograr aprendizajes significativos.

- Si bien el trabajo grupal es una estrategia de enseñanza como muchas otras, se diferencia de ellas porque no solo se enfoca en lograr aprendizajes en el campo científico, sino que además, al interactuar los estudiantes entre si se logra la adquisición de valores y habilidades sociales (diálogo, la ayuda mutua, solidaridad, respeto, tolerancia, escuchar)
- El trabajo grupal no es una estrategia nueva, ni desconocida, pero no está siendo implementada acorde a los parámetros establecidos por los investigadores, según como lo muestran los resultados de las encuestas aplicadas en los colegios fiscales de la Ciudad de Cuenca que se tomaron como muestra.

RECOMENDACIONES:

- El mundo y con él la sociedad están en constante cambio, por ello es preciso que los educadores renovemos nuestros métodos de enseñanza, adoptando nuevas estrategias, pero no como un complemento de lo que



hacemos, sino desterrando por completo las antiguas prácticas, en esta investigación se presenta una buena alternativa para ser aplicada.

- Para que el trabajo grupal sea efectivo, debe implementarse a nivel de la Institución, es decir, involucrar a profesores, autoridades, alumnos y representantes.
- Para la implementación del trabajo grupal en el aula el docente debe realizar una planificación detallada que contenga los objetivos y las actividades que se van a realizar, sin descuidar ningún detalle.
- La utilización de una determinada técnica, debe basarse en el conocimiento no solo de esa técnica, sino del resto de métodos, y debe ajustarse al grupo humano con el que se cuenta, por lo que no siempre se puede utilizar la misma técnica.
- Para que el trabajo grupal de los frutos esperados se debe empezar enseñando a los estudiantes como trabajar en grupo.

BIBLIOGRAFÍA:

2010. 17 de Junio de 2012

<http://www.fundibeq.org/opencms/export/sites/default/PWF/downloads/gallery/methodology/tools/tormenta_de_ideas.pdf>.

s.f. 12 de Marzo de 2013

<http://www.cneq.unam.mx/programas/actuales/cursos_diplo/diplomados/c



ch_vallejo_col3/00/04_material_didactico/archivos/Lectur_didac_cch/doc%2016.pdf>.

Andreu Barrachina, Llorenç y Mònica Sanz Torrent. «dialnet.» s.f. dialnet. 10 de mayo de 2013 <<http://red-u.net/redu/index.php/REDU/article/viewFile/149/125>>.

Barkley, Elizabeth F., Claire Howell Major y K. Patricia Cross. Técnicas de aprendizaje colaborativo. Madrid: Morata, 2007.

Bedoya, Hernando y Nelson Londoño. Matemática Progresiva 5. Bogotá: Norma, 1985.

Beimbengut, María Salett y Nelson Hein. «Modelo, Modelación y Modelaje: Métodos de enseñanza- aprendizaje de matematicas.» (s.f.). 20 de 09 de 2013 <http://matesup.utalca.cl/modelos/articulos/modelacion_mate2.pdf>.

Berst, Dianne, y otros. Estrategias educativas para el aprendizaje activo. Quito: Universal, 1999.

Bixio, Cecilia. Enseñar a aprender: Construir un aprendizaje colectivo de enseñanza-aprendizaje. Rosario: Homo Sapiens, 2002.

Carrasco, José. Una didáctica para hoy. Cómo enseñar mejor. Madrid: Rialp, S. A., 2004.

Castelnuovo, Andrea. Técnicas y métodos pedagógicos. Quito: Atopos, 2006.

De la Fuente, GP. «monografias.com.» s.f. 7 de Febrero de 2013 <<http://www.monografias.com/trabajos91/herramientas-evaluar-enfoque-competencias/herramientas-evaluar-enfoque-competencias.shtml>>.

Díaz, Camila. 11 de Diciembre de 2012. 25 de Marzo de 2013 <<http://www.slideshare.net/camilafdiaz9/rbrica-proceso-autoevaluacin-y-coevaluacin>>.

Díaz, Frida y Gerardo Hernández. Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. México: McGraw-Hill, 2010.

Domingo, Joan, y otros. s.f. 10 de Noviembre de 2012 <<http://giac.upc.es/JAC10/04/JAC04-JDP.htm>>.

Erbiti, Alejandra y Irene Ostrovsky. Didáctica grupal. Estrategias de aprendizaje colaborativo. Vol. I. Buenos Aires: Grupo Círculo Latino, 2008.



- Facultad de Educación. Marzo de 2001. 15 de Marzo de 2013
<<http://www.upch.edu.pe/faedu/portal/images/publicaciones/documentos/evaluaciondla.pdf>>.
- Facultad de Psicología de la Universidad Nacional de San Marcos. s.f. 28 de Julio de 2012 <<http://unmsm.tripod.com/grupos01.html>>.
- Galindo, Edwin. Matemática 1. Quito: Prociencia Editores, 2012.
- García, Alfonso y Yolanda Troyano. 22 de Mayo de 2010. 6 de Abril de 2012
<http://tumbi.crefal.edu.mx/rieda/images/rieda-2010-1/mirador_articulo1.pdf>.
- Herrera, Javier. wordpress.com. mayo de 2009. 23 de Julio de 2012
<<http://pedagogoviva.wordpress.com/2009/08/03/la-distribucion-de-los-pupitres-en-el-aula-de-clase-javier-herrera-cardozo-bogota-mayo-2009/>>.
- Holubec, Edythe, David Johnson y Roger Johnson. El aprendizaje cooperativo en el aula. Buenos Aires: Paidós, 1999.
- Iborra, Alejandro y Izquierdo Mónica. Junio de 2010. 9 de Febrero de 2013
<<http://revistas.ucm.es/index.php/RGID/article/viewFile/RGID1010110221A/9030>>.
- María, Pease. 2011. 7 de Febrero de 2013
<http://www.fing.edu.uy/imerl/didactica_matematica/Documentos_2009/eval_trab Equip.pdf>.
- Mesa, Yadira. «google.» Junio de 2011. 25 de septiembre de 2013
<http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/2326/208>.
- Pujolàs, Pere. Noviembre de 2003. 15 de Mayo de 2013
<http://www.deciencias.net/convivir/1.documentacion/D.cooperativo/AC_Algunasideaspracticas_Pujolas_21p.pdf>.
- Redalyc. «Revisión teórica sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.Redalyc.» 04 de 12 de 2011. 20 de septiembre de 2013
<<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=194224362014>>.
- Roeders, Paul. Aprendiendo juntos. Lima: Alfaomega, 2006.
- Sánchez, José. Matemática Básica 2. Loja: J.R.L., 2001.
- Sierra, Lorena, y otros. «Estrategias de aprendizaje basadas en la maodelación matemática en Educación Secundaria Obligatoria.» Julio de 2011. 20 de



Septiembre de 2013 <http://upcommons.upc.edu/e-prints/bitstream/2117/12689/1/Ponencia_XVJAEM_v2.pdf>.

Torrejo, Juan y et al. madrid.org. s.f. 23 de Julio de 2012
<http://www.madrid.org/cs/Satellite?blobcol=urldata&blobheader=application/pdf&blobheadervalue1=filename%3D2012_libro+altas+capacidades.pdf&blobkey=id&blobtable=MungoBlobs&blobwhere=1310974587905&ssbinary=true>.

Universidad Politécnica de Madrid. 2008. 10 de Junio de 2013
<http://innovacioneducativa.upm.es/guias/Aprendizaje_coop.pdf>.

Urbano, Caludio y José Yuni. Técnicas para la animación de grupos. Córdoba: Brujas, 2005.

Villa-Ochoa, Jhony. «Modelación Matemática Escolar. Algunas reflexiones de su relación frente a la cultura.» s.f. google. 20 de septiembre de 2013
<http://repensarlasmatematicas.files.wordpress.com/2012/10/modelacion-matematica-escolar_villa-ochoa-srm.pdf>.

Yamane, Taro. Estadística. México, D.F.: Harla, 1979.

ANEXOS

Inventario de los estilos de aprendizaje¹⁵

¹⁵ Tomado de:

<http://autodesarrollate.vitro.com/PORTAL/cdh/MiPlandeDesarrollo/InfoTemas/6%20Administraci%F3n%20>



En 1981 David A. Kolb elaboró el primer inventario de los Estilos de Aprendizaje, en base a su experiencia lo rediseñó en 1985.

Estilos de aprendizaje

Tenemos la sensación de que la gente aprende de diferentes maneras, pero este inventario le ayudará a apreciar que quiere decir para usted Estilo de Aprendizaje.

También le ayudará a entender mejor:

- Como hace usted su selección de carrera
- Como resuelve usted los problemas
- Como define sus metas
- Como se desenvuelve en situaciones nuevas
- Como trabaja siendo parte de un equipo
- Como dirige a otros

Instrucciones para el llenado del Inventario de estilos de aprendizaje

El inventario de Estilos de Aprendizaje describe la forma en que usted aprende a afrontar las ideas y situaciones diarias en su vida.

Debajo hay 12 reactivos. Cada reactivo contiene la primer parte de una oración y cuatro opciones de terminación. Jerarquice las terminaciones de cada frase de acuerdo a como usted piensa que asemejan más lo que usted hace cuando



aprende algo. Trate de recordar algunas situaciones recientes donde usted ha tenido que aprender algo. Después, en los espacios disponibles, jerarquice con un “4” a la terminación de la frase que mejor describa cómo usted aprende.

Siga jerarquizando las terminaciones con “3”, “2”, hasta asignarle un “1” a la terminación menos descriptiva de su forma de aprender. Asegúrese de jerarquizar TODAS las terminaciones para cada oración. No puede asignar, en una oración, el mismo número a dos o más terminaciones.

Tabla para estilos de aprendizaje:

Cuando aprendo	1	Soy lógico	2	Soy rápido	3	Soy Feliz	4	Soy cuidadoso
ORACIÓN	A	Frase “A”	B	Frase “B”	C	Frase “C”	D	Frase “D”
1 Cuando aprendo me gusta. . .		Sentirme bien		Observar y escuchar		Pensar sobre las ideas		Estar haciendo algo
2 Aprendo mejor cuando . . .		Confío en mis corazonadas y sentimientos		Escucho y observo cuidadosamente		Me apoyo en razonamientos lógicos		Trabajo duro para realizar las cosas
3 Cuando estoy aprendiendo. . .		Tengo fuertes sentimientos y reacciones		Estoy quieto y soy reservado		Tiendo a identificar las razones de las cosas		Me responsabilizo de lo que hago
4 Aprendo. . .		Sintiendo		Observando		pensando		haciendo
5 Cuando aprendo. . .		Estoy abierto a nuevas experiencias		Veo todos los ángulos del tema		Me gusta analizar las cosas, separándolas en sus partes		Me gusta experimentar
6 Cuando estoy aprendiendo soy . . .		Una persona intuitiva		Una persona observadora		Una persona lógica		Una persona Activa
7 Aprendo mejor por medio de. . .		Las relaciones interpersonales		La observación		Explicaciones teóricas		La experimentación y práctica
8 Cuando aprendo me. . .		Siento personalmente involucrado		Tomo el tiempo necesario		Gustan las ideas y conceptos		Gusta ver los resultados de mi esfuerzo
9 Aprendo mejor cuando . . .		Me baso en mis sentimientos		Me baso en mis observaciones		Me baso en mis ideas		Puedo intentar algo por mí mismo
10 Cuando estoy aprendiendo		Soy una persona accesible		Soy una persona reservada		Soy una persona racional		Soy una persona Responsable



11 Cuando aprendo. . .		Me involucro		Me gusta observar		Evalúo cosas las		Me gusta estar Activo
12 Aprendo mejor cuando. . .		Soy receptivo y de mente abierta		Soy cuidadoso		Analizo ideas las		Soy práctico

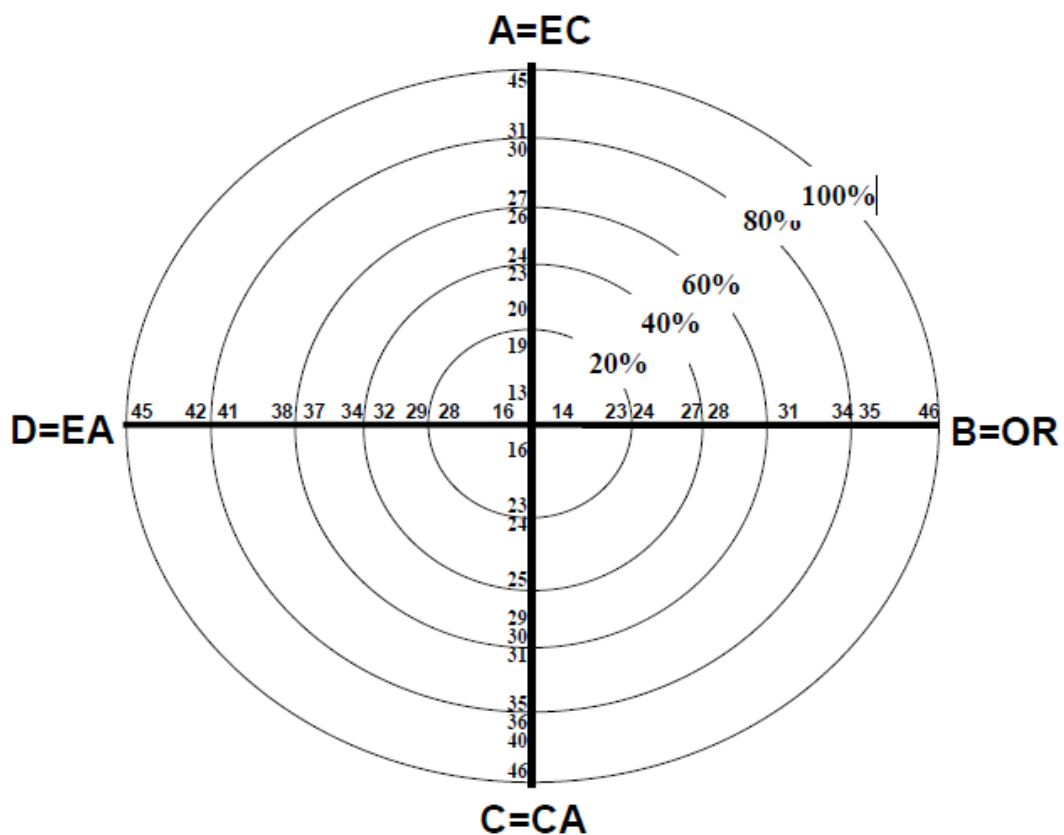
A

B

C

D

PERFIL DEL ESTILO DE APRENDIZAJE



Las cuatro etapas del ciclo de aprendizaje y sus fortalezas al aprender

(E.C.) Experiencia Concreta

Esta etapa del ciclo de aprendizaje enfatiza un involucramiento personal con la gente en las situaciones diarias. En esta etapa usted tiende a apoyarse más en sus sentimientos y menos de un enfoque sistemático a los problemas y



situaciones. En una situación de aprendizaje usted se apoyará en su habilidad de ser de mente abierta y adaptable al cambio.

- Aprendiendo a través de los sentimientos.
- Aprendiendo a través de experiencias específicas.
- Relacionándose con la gente.
- Siendo sensitivo a los sentimientos y a la gente.

(O.R.) Observación Reflexiva

En esta etapa del ciclo de aprendizaje, la gente interpreta ideas y situaciones desde diferentes puntos de vista. En una situación de aprendizaje usted se apoyará en su paciencia, objetividad y juicio cuidadoso, pero no necesariamente tomará alguna acción. Usted aprende a través de observar y escuchar.

- Observando cuidadosamente antes de hacer juicios.
- Viendo las cosas desde diferentes perspectivas.
- Buscando el significado de las cosas.

(C.A.) Conceptualización abstracta

En esta etapa el aprendizaje consiste en usar la lógica y las ideas en lugar de los sentimientos para entender los problemas y situaciones. Típicamente usted se apoyará en una planeación sistemática y el desarrollo de teorías e ideas para resolver problemas:

- Aprendiendo a través del pensamiento.



- Analizando lógicamente las ideas.
- Planeando sistemáticamente.
- Actuando sobre una interpretación intelectual de la situación.

(E.A.) Experimentación Activa

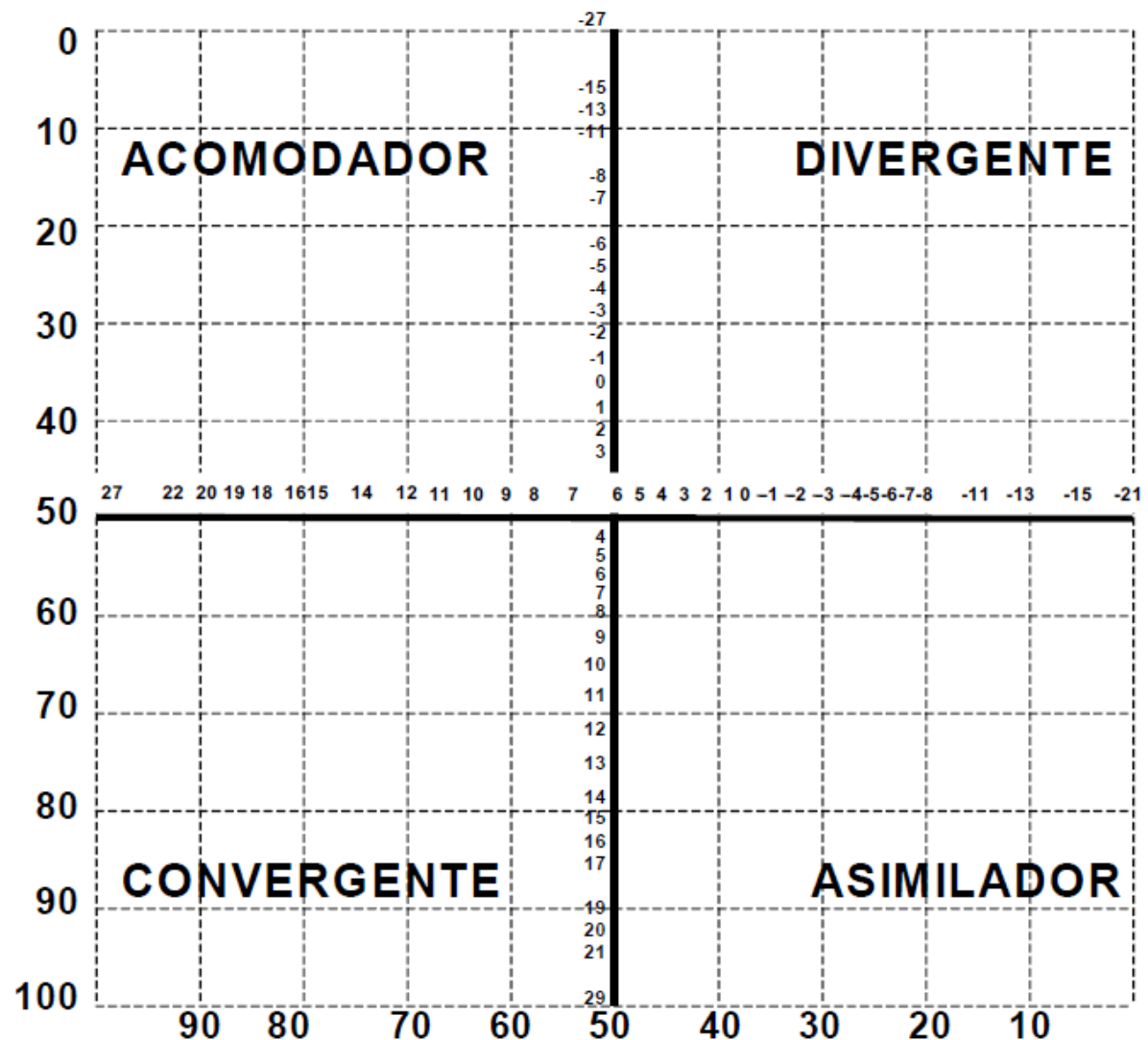
El aprendizaje en esta etapa se realiza en una forma activa, experimentando, influenciando o cambiando situaciones. Usted tomará un enfoque práctico y se preocupará sobre qué es lo que realmente funciona en lugar de simplemente observar la situación. Usted le da valor a que las cosas se hagan y ver los resultados de su influencia y energía:

- Aprendiendo a través de la acción.
- Habilidad para hacer las cosas.
- Tomando riesgos.
- Influenciando a la gente a través de la acción.

Puntuación:

1. Sume las columnas A, B, C Y D
2. Anote los resultados en las líneas de la parte inferior de la hoja.
3. Copie los resultados en los cuadros proveídos a la parte derecha.
4. Efectúe las restas indicando el signo + o - de las respuestas.
5. En cada recta señale su resultado (X= eje horizontal, Y= eje vertical)
6. Trace una línea perpendicular de cada resultado y localice su intersección.
7. El punto de intersección le indicará el cuadrante y el estilo de aprendizaje.

D=		C=	
RESTAR		RESTAR	
B=		A=	
IGUAL A:		IGUAL A:	
X=		Y=	
Indique el signo +ó -.			



Estilo Divergente:

Percibe la información concreta y la procesa de manera reflexiva. Integra la nueva experiencia con la propia. Aprende escuchando y compartiendo ideas. PENSADOR IMAGINATIVO QUE CREE EN SU PROPIA EXPERIENCIA. Excelente analizando la experiencia directa desde varias perspectivas. Aprecia el pensamiento profundo.



Trabaja para lograr la armonía. Necesita estar personalmente involucrado. Busca comprometerse en lo que está aprendiendo. Las personas y la cultura le son temas interesantes. Persona atenta que disfruta observando a otras personas. Absorbe la realidad; parece tomarla de la atmósfera por osmosis. Buscan significado y claridad.

FUERZA	Innovación e ideas.
FUNCIONAN PARA	Invertir en clarificar.
OBJETIVOS	Involucrarse en cosas importantes y brindar armonía.
INTERESES PRINCIPALES	Consultores, puestos de personal, enseñanza, desarrollo organizacionales, humanidades y ciencias sociales.
PREGUNTA FAVORITA	¿Por qué?

Estilo Asimilador:

Percibe la información abstracta y la procesa reflexivamente. Forma teorías y conceptos al integrar sus observaciones dentro de lo que es conocido. Busca continuidad. Necesita conocer lo que los expertos piensan. Aprende al pensar sobre las ideas. Aprecia el pensamiento secuencial. Necesita detalles. Crítica la información y la recolección de datos. Es perfeccionista y dedicado. Reexaminará los hechos si la situación lo confunde. Disfruta la impartición tradicional de clases.



Las escuelas están hechas para él. Las ideas y los conceptos le son temas de interés. Prefiere maximizar la certidumbre y se siente incómodo con los juicios subjetivos.

FUERZA	Crear conceptos y modelos.
FUNCIONAN PARA	Pensar sobre las cosas.
OBJETIVOS	Reconocimiento Intelectual.
INTERESES PRINCIPALES	Ciencias naturales, matemáticas, departamentos de investigación y planeación.
PREGUNTA FAVORITA	¿Por qué?

Estilo Convergente:

Percibe la información abstracta y la procesa activamente. Integra teoría y práctica.

Aprende al experimentar las teorías y aplicando el sentido común. Es pragmático. Siente que funciona, lo usa. Es aterrizado y solucionador de problemas. Resiente las respuestas obvias. No se queda parado en una ceremonia. Va directo al tema. Tiene poca tolerancia a ideas oscuras. Valora el pensamiento estratégico. Tiene habilidades para orientarse hacia la acción. Experimenta y manipula las cosas. Necesita conocer cómo funcionan las cosas. Editan la realidad; se van al corazón de la materia. Algunas veces se ve ocupado e impersonal.

FUERZA	Aplicación práctica de las ideas.
FUNCIONAN PARA	Acopio de datos objetivos de la experiencia aplicada.



OBJETIVOS	Brindar su visión del presente en la línea de lograr seguridad futura.
INTERESES PRINCIPALES	Ingeniería, ciencias aplicadas, administración.
PREGUNTA FAVORITA	¿Cómo funciona esto?

Estilo Acomodador:

Percibe la información concreta y la procesa activamente. Integra experiencia y aplicación. Aprende por ensayo y error. Cree en el auto-descubrimiento. Le entusiasman cosas nuevas. Adaptable. Disfruta el cambio. Flexible. A menudo busca una conclusión adecuada en la ausencia de una justificación lógica. Toma riesgos.

Trata de acomodar posturas opuestas. Enriquece la realidad tomándola tal como ese incorporándose. Algunas veces se ve como manipulador y presionado.

FUERZA	Acción, realizar las tareas.
FUNCIONAN PARA	Ensayando y probando la experiencia.
OBJETIVOS	Brindar acción a las ideas.
INTERESES PRINCIPALES	Mercadotecnia, ventas, puestos administrativos orientados a la acción, profesionistas de educación social.
PREGUNTA FAVORITA	¿Qué tal si. . . ?

CUESTIONARIOS APLICADOS EN LA INVESTIGACIÓN

CUESTIONARIO PARA EL ALUMNO

Este instrumento tiene como objetivo determinar cómo es el trabajo grupal en la asignatura de matemática.

I. DATOS INFORMATIVOS



INSTITUCIÓN EDUCATIVA: _____

AÑO DE BACHILLERATO: _____

II. INSTRUCCIONES:

- Señores y señoritas estudiantes: lean detenidamente las preguntas y respondan con honestidad a cada una de ellas.
- Marque el o los casillero (s) correspondientes a la forma que su profesor de matemática trabaje con su curso (puede marcar más de una opción):

III. PREGUNTAS

1. Las clases de matemática que Ud. recibe, se las desarrolla a través de:

<input type="checkbox"/>	Exposición del profesor
<input type="checkbox"/>	Trabajo Grupal
<input type="checkbox"/>	Lectura del texto o notas entregadas por el profesor
<input type="checkbox"/>	Discusión del tema

2. El profesor forma grupos de trabajo para:

<input type="checkbox"/>	Lograr nuevos aprendizajes
<input type="checkbox"/>	Resolver ejercicios
<input type="checkbox"/>	Elaborar proyectos
<input type="checkbox"/>	Modelar problemas
<input type="checkbox"/>	Otros

3. Las técnicas utilizadas para la conformación de los grupos son:

<input type="checkbox"/>	Numeración
<input type="checkbox"/>	Por información solicitada al inicio del año
<input type="checkbox"/>	Tarjetas de agrupamiento
<input type="checkbox"/>	Iniciales de nombres o apellidos
<input type="checkbox"/>	Gustos por el deporte
<input type="checkbox"/>	Por sorteo
<input type="checkbox"/>	Rompecabezas
<input type="checkbox"/>	Fechas de cumpleaños
<input type="checkbox"/>	A criterio de los estudiantes
<input type="checkbox"/>	Otras

4. Los roles asignados a los estudiantes para iniciar un trabajo grupal son:

<input type="checkbox"/>	Jefe de grupo
<input type="checkbox"/>	Coordinador
<input type="checkbox"/>	Cronometrador de tiempo
<input type="checkbox"/>	Verificador



	Secretario
	Observador
	Buscador de información
	No se establecen roles
	Otros

5. En cada sesión de trabajo grupal, cada estudiante asume un papel diferente al que trabajó anteriormente.

SI () NO ()

6. Durante el trabajo grupal, se realizan dinámicas para:

	Conocerse
	Participación y consensos
	De confianza
	Dinámicas para fomentar el autoestima
	Resolución de conflictos
	Motivación
	Cooperación
	Revisión y autoevaluación
	Otros
	No se realizan dinámicas

7. Las técnicas utilizadas por el profesor, dentro del trabajo grupal son:

	Jigsaw o Rompecabezas (El material es diferente para cada estudiante, luego de pasar por el "grupo de expertos se realiza la plenaria en el grupo inicial)
	StudentTeamLearning (Utilización de metas grupales)
	Equipos de torneo de juegos (competencia entre los grupos)
	TeamAssistedIndividuation (TAI) (Luego de enseñar individualmente, se forman grupos para realizar los ejercicios)
	LearningTogether (Aprendiendo juntos) Los alumnos trabajan en una hoja o ficha de actividades en pequeños grupos
	Phillips 6.6. (Discusiones en grupos pequeños durante tiempo determinado)
	Co-op Co-op: Investigación de temas propuestos por los estudiantes
	Rejilla
	Otras
	No se utiliza técnicas

8. La evaluación del trabajo grupal se la realiza a través de:

	Un trabajo y la nota obtenida es la del grupo
	Una evaluación individual y el promedio es el del grupo



	Se solicita a alguno de los integrantes que explique el trabajo y esta será la nota del grupo
	Se realiza el trabajo en grupo, pero la calificación es individual
	Una lección o prueba sobre el tema del trabajo grupal
	Otros

9. Una vez culminado el trabajo asignado dentro del grupo, se realiza una autoevaluación sobre el funcionamiento del mismo.

SI () NO ()

10. Prefiere que las clases se realicen con:

	Exposición del profesor
	Trabajo Grupal
	Lectura y discusión del texto de trabajo
	Aprendizaje individual
	Otros

11. Las dificultades que se presentan en el desarrollo del trabajo en grupo, pueden ser:

	Que todos los compañeros no trabajen
	Que no existe una buena coordinación
	Que solo uno haga el trabajo
	Que nadie trabaje
	Que el tiempo no sea suficiente
	Que el trabajo sea difícil

12. Cuando trabaja en grupo, usted logra:

	Aprender mejor la materia
	Participar en forma activa en el desarrollo de las actividades
	Entender los problemas con mayor facilidad
	Perder el temor
	Comunicarse con mayor facilidad
	Desarrollar la socialización
	Escuchar a los demás
	Asumir responsabilidades.

13. Los resultado de las evaluaciones:

	Son mejores cuando se realizan las actividades en forma grupal
	Son mejores cuando se realizan las actividades individualmente
	Son iguales ya sea en forma individual o grupal



IV. OBSERVACIONES:

GRACIAS POR SU COLABORACIÓN



CUESTIONARIO PARA EL PROFESOR

Este instrumento tiene como objetivo determinar cómo es el trabajo grupal en la asignatura de matemática.

I. DATOS INFORMATIVOS



INSTITUCIÓN EDUCATIVA: _____

AÑO DE BACHILLERATO: _____

II. INSTRUCCIONES:

- Señores y señoras profesores/as: lean detenidamente las preguntas y respondan con honestidad a cada una de ellas.
- Marque la o las opciones que Ud. considere pertinentes, puede marcar más de una opción:

III. PREGUNTAS

1. Las clases de matemática las desarrolla a través de:

	Exposición
	Trabajo Grupal
	Lectura del texto o notas entregadas por el profesor
	Discusión del tema

2. El trabajo grupal lo utiliza con el fin de:

	Lograr nuevos aprendizajes
	Resolver ejercicios
	Elaborar proyectos
	Modelar problemas
	Otros

3. Las técnicas que aplica para la conformación de los grupos son:

	Numeración
	Información solicitada al inicio del año
	Tarjetas de agrupamiento
	Iniciales de nombres o apellidos
	Gustos por el deporte
	Sorteo
	Rompecabezas
	Fechas de cumpleaños
	A criterio de los estudiantes
	Otras

4. Los roles que asigna a los estudiantes para iniciar un trabajo grupal son:

	Jefe de grupo
	Coordinador
	Cronometrador de tiempo
	Verificador



	Secretario
	Observador
	Buscador de información
	No se establecen roles
	Otros

5. Para cada trabajo grupal, asigna un rol diferente a cada estudiante:

SI () NO ()

6. Durante el trabajo grupal, realiza dinámicas para que los estudiantes logren:

	Conocerse
	Participar y consensos
	Confianza
	Fomentar el autoestima
	Resolver de conflictos
	Motivación
	Cooperación
	Revisión y autoevaluación
	Otros
	No realiza dinámicas

7. Las técnicas que acostumbra utilizar dentro del trabajo grupal son:

	Jigsaw o Rompecabezas (El material es diferente para cada estudiante, luego de pasar por el "grupo de expertos se realiza la plenaria en el grupo inicial)
	StudentTeamLearning (Utilización de metas grupales)
	Equipos de torneo de juegos (competencia entre los grupos)
	TeamAssistedIndividuation (TAI) (Luego de enseñar individualmente, se forman grupos para realizar los ejercicios)
	LearningTogether (Aprendiendo juntos) Los alumnos trabajan en una hoja o ficha de actividades en pequeños grupos
	Phillips 6.6. (Discusiones en grupos pequeños durante tiempo determinado)
	Co-op Co-op: Investigación de temas propuestos por los estudiantes
	Rejilla
	Otras
	No se utiliza técnicas

8. La evaluación del trabajo grupal se la realiza a través de:

	Un trabajo y la nota obtenida es la del grupo
--	---



	Una evaluación individual y el promedio es el del grupo
	Se solicita a alguno de los integrantes que explique el trabajo y esta será la nota del grupo
	Se realiza el trabajo en grupo, pero la calificación es individual
	Una lección o prueba sobre el tema del trabajo grupal
	Otros

9. Una vez culminado el trabajo asignado dentro del grupo, solicita a los integrantes realicen autoevaluación sobre el funcionamiento del mismo.

SI () NO ()

10. ¿Cómo Ud. cree que los estudiantes prefieren que se desarrollen las clases?:

	Exposición del profesor
	Trabajo Grupal
	Lectura y discusión del texto de trabajo
	Aprendizaje individual
	Otros

11. Las dificultades que se presentan en el desarrollo del trabajo en grupo, pueden ser:

	Que todos los compañeros no trabajen
	Que no existe una buena coordinación
	Que solo uno haga el trabajo
	Que nadie trabaje
	Que el tiempo no sea suficiente
	Que el trabajo sea difícil
	Que se genere la indisciplina

12. El trabajo grupal, puede ser útil para que los estudiantes puedan:

	Aprender mejor la materia
	Participar en forma activa en el desarrollo de las actividades
	Entender los problemas con mayor facilidad
	Perder el temor
	Comunicarse con mayor facilidad
	Desarrollar la socialización
	Escuchar a los demás
	Asumir responsabilidades.

13. Los resultado de las evaluaciones:

	Son mejores cuando se realizan las actividades en forma grupal
	Son mejores cuando se realizan las actividades individualmente





<input type="checkbox"/>	Son iguales ya sea en forma individual o grupal
--------------------------	---

IV. OBSERVACIONES:





VISITAS A LAS INSTITUCIONES EDUCATIVAS

 **COLEGIO UNIVERSITARIO "FRAY VICENTE SOLANO"**  **HOJA DE RUTA**

NOMBRE DEL DOCENTE: Leda Sonia Guzmán Padilla

FECHA	HORA DE LLEGADA	INSTITUCIÓN	ACTIVIDAD	NOMBRE / FIRMA	HORA DE SALIDA
09-05-13	08h15	Colegio "Donna J. Solano"	Entrega de sol. a cargo de la escuela.	Leda Sonia Guzmán Padilla	09h25
09-05-13	10h30	Colegio "Higueras"	Entrega de sol. a cargo de la escuela.	Leda Sonia Guzmán Padilla	10h45
09-05-13	11h20	Colegio "Antonio Ayala"	Diálogo con el Coordinador del Departamento de Ciencias.	Leda Sonia Guzmán Padilla	12h30
09-05-13	12h30	Colegio "UNEDID"	Aplicación de encuestas.	Leda Sonia Guzmán Padilla	18h00



COLEGIO UNIVERSITARIO "FRAY VICENTE SOLANO"



HOJA DE RUTA

NOMBRE DEL DOCENTE: Leda. Sonia Guzmán Padilla

FECHA	HORA DE LLEGADA	INSTITUCIÓN	ACTIVIDAD	NOMBRE/FIRMA	HORA DE SALIDA
10-05-13	07h00	Colegio "Antonio Ávila"	Aplicación de encuestas "Trabajo Grupal"	<i>fermin Vicalvar</i> <i>Leda Guzmán Padilla</i>	09h20
10-05-13	10h00	Colegio "Miguel Merchán"	Aplicación de encuestas "Trabajo Grupal"	<i>Miguel Merchán</i>	
10-05-13	13h15	Colegio "Octavio Cordero Palacios"	Aplicación de encuestas "Trabajo Grupal"	<i>Octavio Cordero Palacios</i>	